doi:10.13582/j.cnki.1674-5876.2025.01.001

计盒维数在表征相似模拟裂隙场中的应用

张毅1,4,周横全2*,王羽扬3,4,江成玉4,王沉4,韩连昌4

(1.贵州大学勘察设计研究院有限责任公司,贵州贵阳 550025;2.煤炭工业石家庄设计研究院有限公司贵州分公司,贵州贵阳 550025;3.中国矿业大学(北京) 能源与矿业学院,北京 100083;4.贵州大学 矿业学院,贵州贵阳 550025)

摘 要:为深入研究相似模拟实验中裂隙场的空间占位,引入分形几何理论,设计计盒维数与相似模拟实验相结合的 研究模型.总结并分析计盒维数的计算原理,通过实例计算验证计盒维数数据的准确性.通过对实验中开挖图像的二值化及 降噪处理,完成了对开挖扰动下相似模拟实验中裂隙图像的分维计算与拟合.迭代结果显示,裂隙场的维数升降随开挖长 度的变化呈现多阶段特征.通过探究裂隙场维数变化的原因,揭示裂隙场的变化规律,为相关领域的研究提供参考和借鉴.

关键词:计盒维数;相似模拟;裂隙场;后处理

中图分类号:TD325 文献标志码:A 文章编号:1672-9102(2025)01-0001-07

Application of Box-counting Dimension to Characterizing Similar Simulation Fracture Field

ZHANG Yi^{1,4}, ZHOU Hengquan², WANG Yuyang^{3,4}, JIANG Chengyu⁴, WANG Chen⁴, HAN Lianchang⁴

(1. Guizhou University Institute of Engineering Investigative & Design Limited Liability Company, Guiyang 550025, China;

2. Guizhou Branch of Coal Industry Shijiazhuang Design & Research Institute Co., Ltd., Guiyang 550025, China;

3. School of Energy and Mining Engineering, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083, China;

4. College of Mining, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: In order to deeply study the space occupation of fracture field in similar simulation experiments, fractal geometry theory is introduced to design a research model combining box-counting dimension with similar simulation experiments. The calculation principle of box-counting dimension is summarized and analyzed, and the accuracy of box-counting dimension data is verified by example calculation. Through the binarization and noise reduction of the excavation image in the experiment, the fractal dimension calculation and fitting of the fracture image in the similar simulation experiment under excavation disturbance are completed. The iterative results show that the dimension fluctuation of fracture field shows multi-stage characteristics with the change of excavation length. By exploring the causes of the change of fracture field dimension, the changing law of fracture field is revealed, which provides references for the research in related fields.

Keywords: box-counting dimension; similar simulation; fracture field; post-processing

相似模拟实验是研究岩层变形及位移问题、裂隙演化规律的重要手段^[1-3].目前,对于相似模拟实验 全过程的非接触式测量技术已逐渐成熟,如图像采集、像素提取、二值化处理、模型裂隙自标记和自提取等 方面在方法和理论上的研究均取得了显著的进展和新的突破^[4-7].

在分形几何学中,闵可夫斯基(Minkowski)维数或计盒维数,是确定欧式空间集合分形维数的一种较为成熟的方法,可以更普遍地确定公制空间中的分形维数^[8-9].谢和平等^[10]采用人工测量法对放顶煤工艺

收稿日期:2022-11-26

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51964008;51904081)

^{*}通信作者,E-mail:1591635376@ qq.com

下巷道围岩裂隙长度和间距进行定量研究,讨论了裂隙分形维数与支撑压力分布状态的内在联系; WALSH等^[11]探究了不同煤层间距下采动覆岩裂隙演化规律,通过引入分形维数分析裂隙网络的空间占 位情况;魏锦平等^[12]通过室内实验和现场实测分析采场支承压力和裂隙演化规律,从损伤力学层面揭示 煤岩体压裂破坏机理,建立了压裂损伤本构方程;马宇等^[13]通过计算机语言编程,自主研发裂隙网络分形 维数量化分析软件,解决了人工计算难度大、精度小的问题;冯锦艳等^[14]结合数值模拟和室内相似模拟实 验,基于分形几何理论,定量化表征大倾角煤层开采覆岩裂隙演化分布规律,分析了采动岩体裂隙发育变 化特点及其形态特征.

本文将相似模拟实验与分形几何中的计盒维数法结合,对相似模拟实验中岩层运移演化规律及裂隙 扩展发育机制进行全过程分析.非接触式测量技术与裂隙分形维数相结合的研究思路^[15-16],对完善相似 模拟实验结果、细化相似模拟实验后处理程序、提高相似模拟实验数据价值具有一定的实际意义^[17].

1 计盒分形维数计算原理

计盒分形维数的计算方法是应用盒计数算法不断细化网格,随着网格细化,观察覆盖目标区域所需盒 子数量的变化情况.计算一个裂隙集合的分形维数,可将其置于一个间隔均匀的网格(该网格可以是方形 网格,也可以是圆形网格,本文后述指方形网格)上,并计算覆盖这个裂隙集合所需的网格数.

设 N(x) 为覆盖裂隙集合所需的边长为 x 的盒子数量,则计盒分形维数 D 可表示为

$$D = \lim_{x \to 0} \frac{\log N(x)}{\log \left(\frac{1}{x}\right)}$$

对科赫曲线和谢尔宾斯基三角形等完美图形的数学分形,计算其分形维数相对容易,近似计算结果相 对较好.但计算现实中图形的分形维数,通常需要将方法改进并进行近似计算.

以某海岸线模型的分形维数计算为例,如图1所示,用一张方形网格覆盖海岸线轮廓,由于每个盒子都有一定的边长,当进行计算并逐渐改变边长时,可以得到一个囊括海岸线黑色轮廓的数列变化集合,如表1所示.



图1 某海岸线的分形维数计盒计算方法示意图

迭代次数	盒子数/个	边长/像素
n	28	40
n+1	65	20
<i>n</i> +2	219	10

表1 计盒分形维数变化统计

对于 Hausdorff 维数,有

 $\log N = D \log M.$

式中:M为边的缩减因子;N为缩减后的副本数.

Hausdorff 维数是处理数学分形的工具,而对于现实物体的图像提取,需要借助 Minkowski 维数作近似处理.因此,对于计盒分形维数,可近似为

 $\log N(x) = D \log \left(\frac{1}{x}\right).$

2 "海岸线模型"数据准确性分析

采用计盒分形维数计算海岸线模型时,设定初始盒长为10像素,盒长增量为1像素,迭代次数为15, 计算结果如图2所示.根据计算结果可知:计盒维数D为1.31652;拟合精准度R²为0.99913,接近1.计算 结果表明数据离散点少、关联性高、拟合结果较好.



图 2 海岸线模型计盒分形维数计算

根据图 2 的计算结果可知,采用计盒分形维数方法计算"海岸线模型"的维数,其计算结果(D=1.316 52)与国外学者公开的某海岸线测量数据(D≈1.25)^[18]相近,这表明计盒分形维数计算方法所得结 果可靠性高,如果从一个更小的初始盒长度和更小的盒长增量开始计算,则该计算结果将会更加趋近 1.25.因此,可考虑将计盒分形维数方法应用于类似模型的计算.

3 相似模拟实验图片处理及计算架构

相似模拟实验中,模型开挖所引发的宏观采动裂隙会随着开挖步距的延伸处于动态变化之中.与其他 分形维数相比,计盒分形维数是通过改变观测尺度计算图形的分形维数,是定量表征采动裂隙场空间占位 的有效方式之一.结合上述计盒分形维数的计算原理及准确性分析,本文采用计盒分形维数方法计算采动 模型上覆岩体裂隙网络的分形维数.

本文以 MATLAB 为执行计算平台,计算步骤:导入图像→生成初始计盒→寻找临近计盒→生成临近 计盒→计算计盒分形维数.具体计算框架如图 3 所示.

设置相似模拟图像导入时的初始计盒长(Initial-Box-Length)为1像素、计盒增量(Increment)为0.1像 素、迭代次数(Iteration)为30次,根据图3所示的导入图像步骤(设置初始计盒长度→设置迭代→设置 *x* 轴→设置 *y* 轴→设置刻度)操作.图像导入程序如表2所示.



图 3 计盒维数计算框架

Computation operation		
Import Image		
to setup		
clear-all		
if image = []		
import-peolors = []		
[ask patches with [pcolor = white]		
[set pcolor black]		
set explore false		
set automatic-bcd true		
set x-axis-list []		
set y-axis-list []		
set iteration 0		
reset-ticks		
end		

表 2 相似模拟图像导入程序

对相似模拟开挖全过程进行二值化和降噪处理,结果如图4所示.





对开采扰动下覆岩裂隙二维图像进行计盒分形维数的计算与拟合分析,结果如图5所示.



图 5 相似模拟二值图的计算结果

由图 5 可知, 计盒分形维数 D 为 1.632 76; 拟合精准度 R² 为 0.998 32, 接近 1, 表明数据离散点较少, 数据的拟合程度较高,进一步说明采动覆岩裂隙网络具有很好的自相似性,计盒分形维数方法可用于采动 覆岩裂隙网络分析研究中.

相似模拟实验分形维数变化规律 4

>] end

本文采用计盒分形维数方法研究相似模拟实验中覆岩裂隙的分形维数的变化规律.分别对不同推进 距离下的覆岩裂隙分形作迭代线性回归分析,其回归程序如表3所示.

	表 3 计算线性回归程序
Comput	ation operation
Linear	Regression
to linea	r-regression
if	count boxes >= 1 [
let	regression matrix:regress matrix:from-column-list (list y-axis-list x-axis-list)
let	y-intercept item 0 (item 0 regression)
se	t slope item 1 (item 0 regression)
set	t r-square item 0 (item 1 regression)
se	t lin-reg-eq (word (precision slope 3) * $x + (precision y-intercept 3)$)
ple	otxy plot-x-min (plot-x-min * slope + y-intercept)
ple	ot-pen-down
ple	otxy plot-x-max (plot-x-max * slope + y-intercept)
ple	ot-pen-up

计算相似模拟采动覆岩裂隙二维图像的分形维数,对采动覆岩裂隙进行定量表征与分析,得出不同推 进距离下覆岩裂隙分形维数(如图6所示)的拟合精准度均在0.95以上,这表明不同推进距离下覆岩裂隙 分形维数计算数据拟合程度高,数据可靠性较好.



图6 不同推进距离下覆岩裂隙计盒维数回归曲线

根据模型开挖推进过程中覆岩裂隙的分形维数变化,绘制如图 7 所示的分形维数升降曲线,由分形维 数随推进距离的变化特点,可将其分为"降维阶段"和"升维阶段".维数升降变化与覆岩离层、下沉、破断、 回转、形成结构等有关.具体来说,分形维数升降变化,是采动引起的裂隙场时空占位发生变化所致.分形 维数的变化,一定程度上反映了应力通路的变化状态.



图7 不同推进距离下覆岩裂隙分形维数升降曲线

综上所述,模型开挖形成的覆岩裂隙具有较好的自相似性,覆岩裂隙的分形维数与工作面推进、覆岩 结构及采场顶板活动等因素密切相关,上述研究从定量的角度反映了采动覆岩裂隙的演化规律.

5 结论

1)采用计盒分形维数计算方法验证某海岸线模型的分形维数时,其计算结果与现实测量数据相近,说明该方法应用于计算现实图形的维数的准确性和有效性,可将该方法应用于其他类似模型的研究中.

2)将计盒分形维数计算方法应用于采动覆岩裂隙网络分析中,设计相似模拟实验图片处理及计算架构流程,计算采动覆岩体裂隙网络的分形维数,计算结果说明采动覆岩裂隙网络具有很好的自相 似性.

3)不同推进距离下覆岩裂隙的分形维数随推进距离的变化出现"降→升→降→升→降"的特点.

参考文献:

- [1] 张军,王建鹏.采动覆岩"三带"高度相似模拟及实证研究[J].采矿与安全工程学报,2014,31(2):249-254.
- [2] 冯国瑞,任亚峰,王鲜霞,等.白家庄煤矿垮落法残采区上行开采相似模拟实验研究[J].煤炭学报,2011,36(4): 544-550.
- [3] 林海飞,李树刚,成连华,等.覆岩采动裂隙演化形态的相似材料模拟实验[J].西安科技大学学报,2010,30(5): 507-512.
- [4] 马亚飞,陈佳,赵静波,等.相似模拟实验中数字编码标志自动识别研究[J].测绘与空间地理信息,2018,41(10): 231-235.
- [5] 张春森,景啸宇,曹建涛,等.基于摄影测量视觉方法相似模拟试验自动监测研究[J].煤炭科学技术,2019,47(7): 200-207.
- [6] 康向涛,高璐,罗蜚,等.数字散斑技术在煤矿相似模拟实验中的应用[J].中国安全生产科学技术,2020,16(11): 140-146.
- [7] 尹光志,李星,韩佩博,等.三维采动应力条件下覆岩裂隙演化规律试验研究[J].煤炭学报,2016,41(2):406-413.

- [8] MALYSZ R. The Minkowski dimension of the bivariate fractal interpolation surfaces[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2006, 27 (5): 1147-1156.
- [9] ROY A, PERFECT E, DUNNE W M, et al. Fractal characterization of fracture networks: an improved box-counting technique
 [J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2007, 112(B12):B12201.
- [10] 谢和平,陈忠辉,王家臣.放顶煤开采巷道裂隙的分形研究[J].煤炭学报,1998,23(3):252-257.
- [11] WALSH J, WATTERSON J, YIELDING G. The importance of small-scale faulting in regional extension [J]. Nature, 1991, 351: 391-393.
- [12] 魏锦平,张建平,靳钟铭.裂隙煤体压裂机理的分形研究[J].矿山压力与顶板管理,2005,22(2):112-113.
- [13] 马宇,赵阳升,段康廉.岩体裂隙网络的三维分形仿真[C]//第一届海峡两岸隧道与地下工程学术与技术研讨会论文 集(下册).太原,1999:233-235.
- [14] 冯锦艳,刘旭杭,于志全.大倾角煤层采动裂隙演化规律[J].煤炭学报,2017,42(8):1971-1978.
- [15] 彭瑞东,谢和平,鞠杨.二维数字图像分形维数的计算方法[J].中国矿业大学学报,2004,33(1):19-24.
- [16] AI T, ZHANG R, ZHOU H W, et al. Box-counting methods to directly estimate the fractal dimension of a rock surface[J]. Applied Surface Science, 2014, 314: 610-621.
- [17] 谢和平.分形几何及其在岩土力学中的应用[J].岩土工程学报,1992,14(1):14-24.
- [18] SHELBERG M. Calculating the fractal dimensions of empirical cartographic curves [C]//Proceedings of the Fifth International Symposium on ComputerAssisted Cartography (AUTO-CARTO 5). 1982: 481-490.