

基于马尔可夫和 GM 系列模型的 邹庄煤矿钻孔钻屑量预测对比

黄妍, 罗文柯*, 陆俊翔, 王成龙

(湖南科技大学 资源环境与安全工程学院 湖南 湘潭 411201)

摘要:为减少钻孔钻屑量的实测工作,以淮北邹庄煤矿四采区中组煤 72 煤 4# 钻孔钻屑量的实测数据为原始数据,基于 GM(1,1) 模型、新陈代谢 GM(1,1) 模型、残差 GM(1,1) 模型和马尔可夫模型对钻孔钻屑量进行预测,对比分析其预测结果.得出结论:在煤矿瓦斯钻屑量实测中,应用马尔可夫模型预测钻孔钻屑量的精度最高,可以更大程度地减少钻屑量测量工作.

关键词:钻孔钻屑量;GM(1,1);新陈代谢 GM(1,1);残差 GM(1,1);马尔可夫

中图分类号:X936;TD712 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-9102(2022)01-0051-07

A Comparative Study on Prediction of Drilling Cuttings in Zouzhuang Coal Mine Based on Markov and GM Series Models

HUANG Yan, LUO Wenke, LU Junxiang, WANG Chenglong

(School of Resource, Environment and Safety Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

Abstract: In order to reduce the measurement of drilling cuttings, this paper uses the measured data of drill cuttings from the No. 4 borehole of the 72 coal of the middle group coal in the fourth mining area of Huaibei Zouzhuang Coal Mine as the original data, based on the GM(1,1) model, the metabolism GM(1,1) model, the residual GM(1,1) and the Markov model to predict the amount of drill cuttings. It also compares and analyzes the prediction results. It is concluded that in the actual measurement of coal mine gas drilling cuttings, the Markov model has the highest accuracy to predict the drilling cuttings index, which can reduce the measurement of drilling cuttings to a greater extent.

Keywords: drilling cuttings; GM(1,1); metabolism GM(1,1); residual error GM(1,1); Markov

煤与瓦斯突出是十分复杂的动力现象,表现为具备非线性特征的突变,该现象发生时向外喷出大量的煤和瓦斯,并伴随瓦斯爆炸等灾害^[1-3].一旦发生突出,将会影响煤矿的生产安全,甚至威胁到工人生命^[4].为保证煤层的安全开采以及防突措施的可靠性,采用合理、有效的方法对煤与瓦斯突出进行研究和预测就非常重要^[5-6].钻孔钻屑量是指每 1 m 钻孔排出的钻屑总量,与煤与瓦斯的突出相关联,在冲击地压、煤岩体应力等方面应用广泛.因此,通过预测钻孔钻屑量对解决煤与瓦斯突出问题具有重要的意义.周洋等^[7]提出钻屑量新的计算公式,以提高煤与瓦斯突出预测的准确度;唐巨鹏等^[8]围绕钻孔四周平面展开研究,完成了应变力学模型的构建,并对钻杆直径、钻速、钻屑量三者之间的关系进行了分析,得出钻杆直径、钻进速度同钻屑量之间的关系规律;范晓刚^[9]运用数值模拟手段分析分布在巷道四周的煤岩体所

收稿日期:2021-07-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51974120);湖南省自然科学基金资助项目(2018JJ2123)

* 通信作者,E-mail:hkdlwk@tom.com

受应力状况,并通过测定钻屑量与钻屑瓦斯解吸指标,对巷道松动圈的范围进行进一步研究。

灰色理论^[10]是以不确定系统、小样本为研究对象,对信息已知部分加以利用并找到系统的运动规律。目前灰色理论已经在很多领域得到发展和应用^[11-12]。楚喜丽等^[13]提供一种新思路,以非时间序列为基础,实现土壤腐蚀系统 GM(1,1)模型的构建;袁宇等^[14]基于主成分因子分析法与灰色系统理论,分析了桥梁维护中 BIM 移动终端,以此建立了桥梁病害预测模型;邱茂等^[15]以时间序列加法模型为基础对滑坡位移展开研究,将其分解为趋势项和周期项并进行预测。近年来,灰色理论在煤与瓦斯突出领域被大量应用,成果颇丰,推动了煤与瓦斯突出领域研究的发展。

将灰色理论引入煤矿突出危险性预测中,本文以淮北邹庄煤矿 72 煤层 4[#]钻孔实测数据作为灰色系统理论预测模型的原始序列,利用 GM(1,1)模型^[16]、新陈代谢 GM(1,1)模型^[17]、残差 GM(1,1)模型^[18]和灰色马尔可夫组合模型^[19]进行预测,并分析比较各模型预测结果的精度等级,最终得到能对钻孔钻屑量进行最优预测的模型。

1 研究区概况及研究方法

1.1 研究区概况

邹庄煤矿地处淮北濉溪,东南西北的界限分别为双堆断层和 F22 断层、石炭系太原组顶部第一层灰岩露头线、南坪断层、27 勘探线和钱营孜井田。矿区长约 6.5 km,宽约 3~5 km,面积约为 26.98 km²。邹庄煤矿地面标高+20.50~+24.88 m,西北高、东南低。第四采区位于煤矿西南部,根据矿区内煤层的可采性,将工作面分为北翼和南翼,南翼分布有 7401,7403,7405 工作面,每个工作面分为里外段,72 煤层为主要采集煤层,位于下石盒子组下部。第四采区南翼内区段划分如图 1 所示。

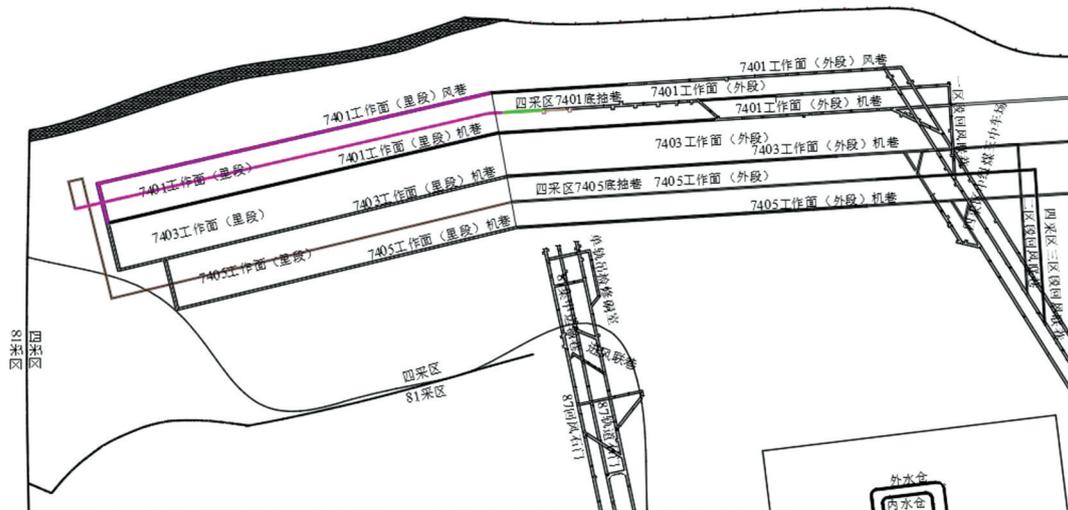


图 1 四采区南翼工作面划分及平面布置

1.2 研究方法

1.2.1 GM(1,1)模型

设序列 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$, 其中 $x^{(0)}(k) \geq 0 (k=1, 2, \dots, n)$; $X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ 为 $X^{(0)}$ 的 1-AGO 序列, 其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) (k=1, 2, \dots, n)$, 可得 GM(1,1)模型原始形式为

$$x^{(0)}(k) + ax^{(1)}(k) = b. \quad (1)$$

令 $Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n))$, 其中 $z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1))$, 可得 GM(1,1)模型的均值形式为

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b. \quad (2)$$

式中: a 为发展系数, b 为灰色作用量, 可通过小二乘法估计求解, 即由 $\hat{a} = [a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$ 求解,

其中

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

$$\text{GM}(1,1) \text{模型的白化微分方程为 } \frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b. \quad (4)$$

通过式(4)可得到均值GM(1,1)模型时间响应式:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

相应的还原式为

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^{-a}) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak}, k = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

1.2.2 新陈代谢GM(1,1)模型

随着数据的不断更新,之前的数据对系统的反映程度在持续下降,之前所建模型不再能准确反映新数据的情况.为了解决这种问题,在补充更新数据的同时删去之前的不再能反映系统发展的数据,建立新陈代谢模型.

该模型通过对序列 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ 进行建模,然后添加新的数据 $x^{(0)}(n+1)$,并删除最早的数据 $x^{(0)}(1)$,形成新的序列 $X^{(0)} = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n+1))$,然后重新建立GM(1,1)模型,就这样不断的递补进行,从而达到预测目标.

1.2.3 残差GM(1,1)模型

通过修正残差序列可以提高模型的精度.设 $\varepsilon^{(0)} = (\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(n))$,其中 $\varepsilon^{(0)}(k) = (x^{(1)}(k) - \hat{x}^{(1)}(k)) (k = 1, 2, \dots, n)$ 为 $X^{(1)}$ 的残差序列.

若存在 k_0 , 满足(1) $\forall k \geq k_0, \varepsilon^{(0)}(k)$ 的符号一致;(2) $n - k_0 \geq 4$, 则称 $(|\varepsilon^{(0)}(k_0)|, |\varepsilon^{(0)}(k_0+1)|, \dots, |\varepsilon^{(0)}(n)|)$ 为可建模残差尾段,记为 $\varepsilon^{(0)} = (\varepsilon^{(0)}(k_0), \varepsilon^{(0)}(k_0+1), \dots, \varepsilon^{(0)}(n))$. 若 $\varepsilon^{(0)}(k_0) \leq 0$, 此时应将存在负数的残差序列进行非负处理,转换为正数,此时新得到的数值表示为 $Y^{(0)}$.

$$Y^{(0)} = \varepsilon^{(0)}(k_0) + 2|\varepsilon_{\min}^{(0)}|. \quad (7)$$

将非负处理后的序列进行建模,得出新的模拟序列.再通过式(7)将其还原,即:

$$\hat{\varepsilon}^{(0)}(k_0) = Y^{(0)} - 2|\varepsilon_{\min}^{(0)}|. \quad (8)$$

将修正后的残差序列重新通过GM(1,1)模型得到新的发展系数 a_ε 和灰色作用量 b_ε , 并结合GM(1,1)模型的时间响应式得到残差修正时间响应式:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \begin{cases} (-a) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak}, & k < k_0; \\ (-a) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak} \pm a_\varepsilon \left(\varepsilon^{(0)}(k_0) - \frac{b_\varepsilon}{a_\varepsilon}\right) e^{-a_\varepsilon(k-k_0)}, & k \geq k_0. \end{cases} \quad (9)$$

1.2.4 灰色马尔可夫模型

当采用GM(1,1)模型建模进行预测,精度满足不了预测要求时,可以再通过灰色马尔可夫理论进行修正,以满足预测要求.首先根据实际值与模拟得到的数值进行比较,将所得结果按顺序排列,将其划分至相应的状态区间 $E_i = [\sigma_{i1}, \sigma_{i2}]$, 其中 $E_i (i=1, 2, \dots, s)$ 为系统处于第 i 种状态, σ_{i1}, σ_{i2} 分别为状态区间的上下限.模型状态转移概率为

$$p_{ij}(m) = \frac{M_{ij}(m)}{M_i}, i = 1, 2, \dots, s. \quad (10)$$

式中: $M_{ij}(m)$ 是由状态 E_i 经转移 m 步到状态 E_j 的样本个数; M_i 为状态 E_i 在样本中出现的次数.

状态转移概率矩阵为

$$P = [p_{ij}] = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} & \cdots \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \end{bmatrix}. \quad (11)$$

通过概率矩阵得到概率最大的状态,即系统未来的转移状态.基于状态的变动区间,则可得出灰色马尔可夫预测值:

$$\hat{x}(k) = \frac{(\sigma_{i1} + \sigma_{i2})x(k)}{2}. \quad (12)$$

2 预测模型精度检验

预测模型完成后,需要对模拟结果进行精度检验,以此来判断模型是否符合要求.常用的预测模型精度检验方法有残差合格检验法、均方差比合格检验法和小误差概率合格检验法,精度检验等级如表1所示.

表1 精度检验等级参照

精度等级	指标临界值		
	相对误差 α	小误差概率 p	均方差比值 C
I级	0.01	0.95	0.35
II级	0.05	0.80	0.50
III级	0.10	0.70	0.65
IV级	0.20	0.60	0.80

2.1 残差检验

设残差序列 $\varepsilon^{(0)} = (\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(n))$ 为原始序列实际值与预测值的差.

$$\text{相对残差: } \Delta_k = \left| \frac{\varepsilon(k)}{x^{(0)}(k)} \right|. \quad (13)$$

$$\text{平均相对误差: } \bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Delta_k. \quad (14)$$

当 $\bar{\Delta} \leq \alpha, \max\{\Delta_k\} \leq \alpha$ 时,其为残差合格模型.

2.2 均方差检验

通过原始序列 $X^{(0)}$ 和残差序列 $\varepsilon^{(0)}$ 可得

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k); \quad (15)$$

$$S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x^{(0)}(k) - \bar{x})^2; \quad (16)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \varepsilon(k); \quad (17)$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\varepsilon(k) - \bar{\varepsilon})^2. \quad (18)$$

式中: \bar{x}, S_1^2 分别为 $X^{(0)}$ 的均值和方差; $\bar{\varepsilon}, S_2^2$ 分别为残差的均值和方差.

均方差比值:

$$C = \frac{S_2}{S_1}. \quad (19)$$

小误差概率:

$$p = P(|\varepsilon(k) - \bar{\varepsilon}| < 0.6745 S_1). \quad (20)$$

3 模型预测

为了保障工作安全,选取突出危险性预测敏感指标进行测定,此次原始数据选取四采区72煤4#钻孔

的钻屑量实测数据.煤矿钻孔每加深1 m,测定钻孔钻屑量1次.该研究对3组实测数据进行模型预测,第1组为1~15 m的实测数据,第2组为20~35 m的实测数据,第3组为40~55 m的实测数据,如表2所示.

表2 邹庄煤矿四采区72煤4#钻孔钻屑量实测数据

				kg/m			
序号	第1组	第2组	第3组	序号	第1组	第2组	第3组
1	2.150	2.050	1.500	9	2.250	2.300	1.950
2	2.150	2.100	2.100	10	2.050	1.900	2.100
3	2.850	2.250	1.700	11	2.150	2.100	1.950
4	2.200	2.050	2.100	12	2.150	1.850	2.200
5	2.050	2.150	2.100	13	2.200	2.200	2.250
6	2.150	2.250	2.200	14	2.400	2.150	2.300
7	2.300	2.200	2.100	15	2.300	2.300	2.150
8	2.150	2.100	2.100				

3.1 GM(1,1)模型预测

选取表2中4#钻孔序号1~10(第1组)的数据进行GM(1,1)模型建模,根据模拟结果得出 $a=0.015$, $b=2.430$.将其代入式(6)可得: $\hat{x}^{(0)}(k+1)=2.400e^{-0.015k}$.

由此可得第1组数据的模型预测结果.同上步骤得第2组和第3组数据的模型预测结果.3组数据的GM(1,1)模型预测精度等级分析如表3所示.

表3 四采区72煤4#钻孔钻屑量的GM(1,1)预测精度等级

组别	平均相对误差/%	C	p	预测精度等级
第1组	6.773	0.92	0.60	IV
第2组	4.524	0.95	0.50	IV
第3组	5.173	0.60	0.70	III

3.2 新陈代谢GM(1,1)模型预测

通过上面GM(1,1)模型建模,得到了序号11的预测值,去掉序号1的信息,采用序号2~11的数据组成新的原始数据序列,对序号12进行预测.依此类推,可得出序号13~15的预测值,将所得预测值与表2中的实测数据相比得出预测结果.同上步骤得第2组和第3组数据的预测结果.3组数据的新陈代谢GM(1,1)预测精度等级分析如表4所示.

表4 四采区72煤4#钻孔钻屑量的新陈代谢GM(1,1)预测精度等级

组别	平均相对误差/%	C	p	预测精度等级
第1组	4.843	0.69	0.80	III
第2组	5.820	0.56	0.60	III
第3组	3.160	0.50	0.60	III

3.3 残差GM(1,1)模型预测

通过GM(1,1)模型对第1组实测数据进行模拟得出参数 a 和 b 分别为0.015和2.430.取 $k_0=5$,得到残差尾段:

$$\varepsilon^{(0)} = (\varepsilon^{(0)}(5), \varepsilon^{(0)}(6), \varepsilon^{(0)}(7), \varepsilon^{(0)}(8), \varepsilon^{(0)}(9), \varepsilon^{(0)}(10)) = (-0.222, -0.087, 0.097, -0.020, 0.113, -0.054).$$

由于残差存在负数,需要对残差进行非负处理,处理后的序列为

$$\varepsilon^{(0)} = (0.222, 0.357, 0.541, 0.424, 0.557, 0.390).$$

将处理后的序列重新进行预测,结合式(8)和式(9),将新的模拟序列还原,得到修正后的残差模型:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \begin{cases} 2.400e^{-0.015k}, & k < 5; \\ 2.400e^{-0.015k} \pm 0.087e^{-0.070(k-5)}, & k \geq 5. \end{cases}$$

同理,按上述方法可得出第2组和第3组数据的预测结果.3组数据的残差GM(1,1)预测精度等级分析如表5所示.

表 5 四采区 72 煤 4# 钻孔钻屑量的残差 GM(1,1) 预测精度等级

组别	平均相对误差/%	C	p	预测精度等级
第 1 组	5.390	0.69	0.80	Ⅲ
第 2 组	2.353	0.48	0.80	Ⅱ
第 3 组	2.842	0.50	0.60	Ⅲ

3.4 灰色马尔可夫模型预测

将表 2 中第 1 组实测数据与上述 GM(1,1) 模型得到的预测值对比, 得出相对值, 如表 6 所示. 再将相对值由大到小排列, 并进行状态划分. 状态划分如表 7 所示.

表 6 钻孔钻屑量相对值对照

序号	实测数据	预测值	相对值	序号	实测数据	预测值	相对值
1	2.150	2.150	1.000	6	2.150	2.237	0.961
2	2.150	2.378	0.904	7	2.300	2.203	1.044
3	2.850	2.342	1.217	8	2.150	2.170	0.991
4	2.200	2.307	0.954	9	2.250	2.137	1.053
5	2.050	2.272	0.902	10	2.050	2.104	0.974

表 7 钻孔钻屑量灰色状态划分

状态	区间	包含序列	状态个数
状态 1	[0.900, 0.960)	2, 4, 5	3
状态 2	[0.960, 1.000)	6, 8, 10	3
状态 3	[1.000, 1.220)	1, 3, 7, 9	4

计算状态转移概率矩阵:

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}; \quad P^{(2)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}; \quad P^{(3)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

基于表 6 中序号 7, 8, 9 的数据, 结合所处状态以及状态转移概率矩阵, 得到第 1 组数据中序号 10 的概率预测值, 如表 8 所示.

表 8 序号 10 的钻孔钻屑量所处状态预测

序号	状态 1	状态 2	状态 3
7	1/3	2/3	0
8	0	1	0
9	1/2	1/2	0
合计概率	5/6	13/6	0

由表 8 中的合计概率可以看出序号 10 预测值在状态 2 的概率最大, 即位于 [0.960, 1.000), 序号 10 的马尔可夫预测值为 $\hat{x}(k) = \frac{(\sigma_{i1} + \sigma_{i2})x(k)}{2} = 2.009$. 以此类推计算出序号 11~15 的马尔可夫预测值.

同理可得出表 2 中第 2 组原始数据中序号 10 预测值在状态 3 的概率最大, 即位于 [1.010, 1.100), 此时第 2 组数据中序号 10 的马尔可夫预测值为 $\hat{x}(k) = \frac{(\sigma_{i1} + \sigma_{i2})x(k)}{2} = 2.005$.

同理可得出表 2 中第 3 组原始数据中序号 10 预测值在状态 2 的概率最大, 即位于 [1.000, 1.015), 此时第 3 组数据中序号 10 的马尔可夫预测值为 $\hat{x}(k) = \frac{(\sigma_{i1} + \sigma_{i2})x(k)}{2} = 2.116$.

同上依次类推, 得出第 2 组和第 3 组的钻屑量预测结果. 3 组数据的灰色马尔可夫预测精度等级分析

如表9所示。

表9 四采区72煤4#钻孔钻屑量灰色马尔可夫模型预测精度等级

序号	平均相对误差/%	C	p	预测精度等级
第1组	4.062	0.53	0.80	II
第2组	4.008	0.34	1.00	I
第3组	3.800	0.52	0.70	III

4 结论

1)GM(1,1)模型、新陈代谢GM(1,1)模型的精度等级较低,预测结果与煤矿实际测量的数据存在较大差距,不能准确反映钻孔钻屑量的发展趋势。

2)残差GM(1,1)模型的精度等级预测较高,能较为准确地预测钻孔钻屑量;灰色马尔可夫模型的精度等级在4种预测模型中最高,能准确预测钻孔钻屑量。

3)灰色马尔可夫模型可以对钻孔钻屑量进行最优预测,对钻孔钻屑量的预测最为精准,建议用于煤矿井下钻孔钻屑量的预测中。

参考文献:

- [1] 李忠辉,马云波,郑安琪,等.掘进工作面突出危险性预测及危险区可视化研究[J].中国安全科学学报,2020,30(11):53-59.
- [2] 宋志强,张士岭.动态防突智能预警系统建设及应用[J].煤炭技术,2020,39(11):68-70.
- [3] 蒋玉玺,孙绍栋,李宝林,等.宝雨山矿17采区瓦斯分布特征分析[J].煤炭技术,2020,39(11):79-82.
- [4] 邢长勇,杨瀚,黄光平,等.叙永一矿煤层突出预测敏感指标及其临界值确定[J].煤炭技术,2020,39(11):83-86.
- [5] 刘义孟,董贺,高杰.采动应力下煤钻屑瓦斯解吸指标试验研究[J].煤炭技术,2020,39(9):135-138.
- [6] 郭杰,邓奇根.煤层突出区域预测指标瓦斯含量临界值确定方法研究[J].煤炭技术,2020,39(4):102-106.
- [7] 周洋,梁冰,石占山,等.考虑煤层倾角和钻孔倾角的钻屑量理论研究[J].矿业安全与环保,2020,47(1):26-30.
- [8] 唐巨鹏,李卫军,潘一山,等.钻杆直径及钻进速度对钻屑量影响试验研究[J].采矿与安全工程学报,2019,36(1):166-174.
- [9] 范晓刚.钻屑指标法测试煤壁松动圈范围研究[J].能源技术与管理,2019,44(3):1-3.
- [10] 刘思峰,杨英杰,吴利丰.灰色系统理论及其应用研究[M].北京:科学出版社,2017.
- [11] 张开,罗文柯,邓君,等.灰色系统理论在采空区瓦斯抽采纯量预测中的应用[J].矿业工程研究,2018,33(4):36-39.
- [12] 李润求,施式亮,念其锋,等.基于灰色系统理论的煤矿安全生产形势预测[J].矿业工程研究,2010,25(3):54-58.
- [13] 楚喜丽,郭稚弧,黄剑,等.灰色动态模型应用于土壤腐蚀的研究[J].中国腐蚀与防护学报,2000(1):54-58.
- [14] 袁宇,李坤,王银广.基于BIM移动端的桥梁预防性养护研究[J].智能城市,2020,6(21):66-67.
- [15] 邱茂,董建辉,赵建军,等.基于时间序列分析的滑坡位移预测:以尖山营古滑坡复活为例[J].科学技术与工程,2020,20(30):12361-12366.
- [16] 杨武艳,郁钟铭.GM(1,1)灰色预测模型在矿井瓦斯涌出量预测中的应用[J].矿业工程研究,2012,27(4):46-49.
- [17] 熊靖飞,李篷,王列平,等.矿井井架基础沉降预测中的Asaoka法和灰色模型[J].矿业工程研究,2013,28(2):6-9.
- [18] 陈延可,王社欣,李嘉豪,等.瓦斯涌出量的灰色模型预测与曲线拟合预测对比[J].矿业工程研究,2014,29(1):30-34.
- [19] 刘寿兰,周新良,罗文柯,等.基于改进灰色马尔可夫模型对我国煤炭生产总量的预测[J].矿业工程研究,2011,26(1):76-80.