

采用非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则计算 孔隙水影响下的主动土压力

汤宇^{1*}, 杨维¹, 张标², 鲁晓明¹, 刘翔¹, 戴亚军³, 蒋瑾⁴

(1. 中铁五局集团第一工程有限责任公司, 湖南长沙 410117; 2. 湖南科技大学土木工程学院, 湖南湘潭 411201;
3. 长沙市轨道交通集团有限公司, 湖南长沙 410019; 4. 湖南科技大学资源环境与安全工程学院, 湖南湘潭 411201)

摘要:为分析非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则下孔隙水压力对挡土墙主动土压力的影响, 采用极限分析上限定理推导挡土墙主动土压力的解析解, 采用 MATLAB 软件求解主动土压力的数值解, 并分析了非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则相关参数以及孔隙水、土体容重、挡土墙高度等对主动土压力和墙后破裂角的影响。研究表明, 孔隙水等因素对主动土压力有较大影响, 随着孔隙水系数、非线性系数、土体重度、地表荷载增大或土体初始黏聚力减小, 挡土墙主动土压力显著增大。此外, 非线性系数及孔隙水对挡土墙破裂角也会产生较大影响, 非线性系数越小或孔隙水系数越大, 挡土墙破裂角越大。因此, 建议在挡土墙设计中应合理考虑土体非线性特征及孔隙水效应, 增加挡土墙排水设计, 以免低估主动土压力而导致挡土墙发生破坏。

关键词:非线性破坏准则; 上限定理; 孔隙水; 主动土压力

中图分类号:TU432 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-9102(2021)04-0015-08

Active Earth Pressure Subjected to Pore Water Effect Using the Nonlinear Mohr-Coulomb Failure Criterion

TANG Yu¹, YANG Wei¹, ZHANG Biao², LU Xiaoming¹, LIU Xiang¹, DAI Yajun³, JIANG Jin⁴

(1. The First Engineering Co., Ltd., China Railway Fifth Group, Changsha 410117, China;

2. School of Civil Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;

3. Changsha Metro Group Co., Ltd., Changsha 410019, China;

4. School of Resources, Environment and Safety Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

Abstract: The influence of pore water pressure on active earth pressure of retaining wall under nonlinear Mohr-Coulomb failure criterion is analyzed in the paper. The upper bound limit analysis is used to derive the analytical solution of active earth pressure of retaining wall. The numerical solution of active earth pressure is solved by MATLAB software. The influence of the parameters of nonlinear Mohr-Coulomb failure criterion, pore water, soil bulk density and retaining wall height on the active earth pressure and the fracture angle behind the wall are analyzed. Results show that pore water and other factors have great influence on active earth pressure. With the increase of pore water coefficient, nonlinear coefficient, soil weight and surface load or the decrease of soil initial cohesion, the active earth pressure of retaining wall increases significantly. In addition, the nonlinear coefficient and pore water also have a great influence on the fracture angle of retaining wall. The smaller the

收稿日期: 2021-04-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52074116;52004088); 湖南省自然科学基金面上资助项目(2019JJ40082); 湖南科技大学博士启动基金资助项目(E52076)

* 通信作者, E-mail: jj13187244492@163.com

nonlinear coefficient or the larger the pore water coefficient, the larger the rupture angle of retaining wall. Therefore, it is suggested that the nonlinear characteristics of soil and pore water effect should be reasonably considered in the design of the retaining wall. The drainage design of the retaining wall should be increased to avoid the damage of the retaining wall caused by underestimating the active earth pressure.

Keywords: nonlinear failure criterion; upper bound theorem; pore water; active earth pressure

在岩土工程中,挡土墙坍塌事故频繁发生,这不仅影响工程进度,而且还造成极大的经济损失,甚者会造成施工人员伤亡.因此,为保障施工安全,研究挡土墙的稳定性的,确定挡土墙发生坍塌破坏时的主动土压力,具有重要的工程意义.

竺明星等^[1]根据莫尔圆挡土墙破裂面倾角的理论公式,研究了回填土坡面倾角对挡土墙主动土压力的影响;牛艳玲和王洁宁^[2]设计了一种具有一定抗震性能的挡土墙,并对其抗震性能进行了分析和验证;谢明星等^[3]对挡土墙的破坏过程进行了数值模拟,对挡土墙滑动面的发展规律和极限平衡状态下的土压力大小进行了研究;赵国和陈建功^[4]构建了由楔形体组成的挡土墙被动土压力计算模型,采用变分法求解了挡土墙滑动曲线,分析了坡面倾角及坡面荷载对被动土压力的影响;杨贵等^[5]针对无黏性填土挡墙,采用微分单元法推导了挡土墙主动土压力解析方程,分析了挡土墙土体滑移形状对主动土压力的影响;应宏伟等^[6]构建了挡土墙土体直线滑移破坏模型,并通过与库伦土压力,数值模拟等方法验证了该模型的合理性及计算方法的正确性;王恭兴和张国祥^[7]构建了挡土墙被动破坏的三角结构破坏模型,推导了挡土墙被动土压力的极限平衡方程,并通过与已有研究对比,验证了其计算结果的准确性.

以上针对挡土墙的研究中,均采用的是线性破坏准则.大量研究表明,土体材料一般服从非线性破坏准则,线性破坏准则只是非线性破坏准则的一种情况^[8-10].此外,已有研究成果表明,孔隙水对土体稳定性有显著影响^[11-13].因此,本文基于极限分析上限定理,考虑孔隙水效应,采用非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则,计算了挡土墙主动土压力,其方法可为挡土墙的支护设计提供理论参考.

1 非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则

国内外大量学者研究表明,非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则适用于一般的土体材料,其表达式为^[14]

$$\sigma_1 = q_p + M_p^* \left(\frac{\sigma_3}{q_p} \right)^\alpha. \quad (1)$$

式中: σ_1 为最大主应力; q_p 为土体抗压强度; M_p^* , α 为无量纲指标; σ_3 为最小主应力.

在应力空间中,式(1)与式(2)等价:

$$\tau = c_0 \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_t} \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (2)$$

式中: c_0 为初始黏聚力; σ_t 为轴向抗拉强度; τ 和 σ_n 分别为剪切面上的剪应力和正应力.

图1曲线通过 $(-\sigma_t, 0)$ 和 $(0, c_0)$ 两点,采用切线法取曲线上任一点作其切线,可知 c_t 的表达式为^[15]

$$c_t = \frac{m-1}{m} c_0 \left(\frac{m\sigma_t \tan \varphi_t}{c_0} \right)^{\frac{1}{1-m}} + \sigma_t \tan \varphi_t.$$

式中: c_t 为等效黏聚力; φ_t 为等效内摩擦角; m 为非线性系数.

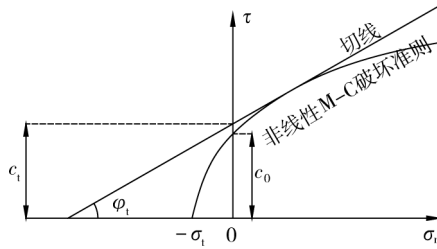


图 1 非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则强度曲线

2 孔隙水压力效应下的上限定理

Bishop^[16]提出了一种用于计算孔隙水压力的公式,该公式广泛应用于岩土工程中.具体表达式为

$$u = r_u \gamma z.$$

式中: u, r_u 分别为孔隙水压力及其系数; γ, z 分别为土体重度、水位线距地表的竖直距离.

将孔隙水压力引入到上限定理中时,将其视为内力或者外力 2 种方法并不会影响计算结果,等式两边分别表示将孔隙水压力视为外力和内力所做的功率,表达式^[17-18]为

$$-\int_V u_i \dot{\epsilon}_{ij} dV - \int_S u_i n_i v_i dS = -\gamma_w \int_V \frac{\partial h}{\partial x_i} v_i dV + \gamma_w \int_V \frac{\partial z}{\partial x_i} v_i dV.$$

式中: $u_i, \dot{\epsilon}_{ij}, V$ 分别为孔隙水压力、体应变和体积; n_i, v_i, S 分别为外法线向量、速度以及挡土墙破坏时的破裂面; γ_w, h, z 分别为水的容重、水头和高程水头.

视孔隙水压力做功为外力做功,结合极限分析上限定理,可得其表达式^[19-22]:

$$\int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV \geq \int_S T_i v_i dS + \int_V F_i v_i dV - \int_V u_i \dot{\epsilon}_{ij} dV - \int_S u_i n_i v_i dS.$$

式中: σ_{ij}, T_i 和 F_i 分别为应力、面力和体力.

3 主动土压力计算

3.1 破坏模式

参考已有研究成果^[23],考虑孔隙水效应,构建了挡土墙主动土压力的计算模式,如图 2 所示.其中, z_0 为地下水位线的高度; q 为作用在墙后土体表面 BC 上的均布荷载; H 为土体高度; E_a 为主动土压力,作用在墙背 AB 上,且与 AB 法线方向夹角为外摩擦角 δ ; α 和 β 为倾角,墙背 AB 与竖直方向的夹角为 α , BC 与水平方向夹角为 β ; v_1, v_{01} 和 v_0 分别为破裂面 AC 、墙背 AB 以及挡土墙的速度,且 $v_1 + v_{01} = v_0$.

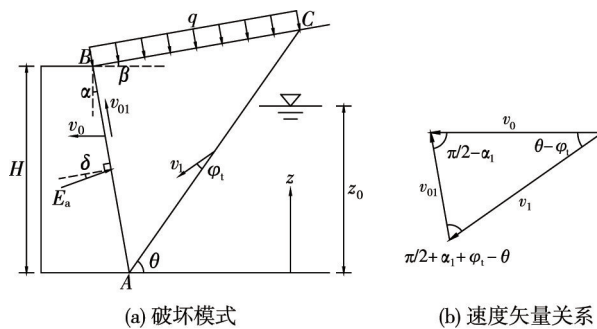


图 2 挡土墙主动破坏计算模型及其速度场

由速度场关系可得

$$v_1 = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \varphi_i - \theta\right)} v_0;$$

$$v_{01} = \frac{\sin(\theta - \varphi_1)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \varphi_1 - \theta\right)} v_0.$$

由计算模型的几何关系可得

$$l_{AB} = H/\cos \alpha;$$

$$l_{AC} = \frac{H\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)}{\cos\alpha\sin(\theta - \beta)};$$

$$l_{BC} = \frac{H\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \theta\right)}{\cos \alpha\sin(\theta - \beta)};$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} l_{AB} l_{AC} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \theta\right) = \frac{H^2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \theta\right)}{2\cos^2 \alpha \sin(\theta - \beta)}.$$

3.2 假设条件

本文在分析计算时假设:(1)挡土墙长度无限,视为二维平面应变问题分析;(2)挡土墙破坏过程中,土体体积不发生变化,体应变 $\varepsilon = 0$,孔隙水压力在应变场所做功率为0.

3.3 内外功率计算

针对图2中的计算模型,根据极限分析法可得,地表荷载做功、主动土压力做功、孔隙水压力做功与重力做功均为外力做功,内能耗散仅发生在速度间断线AC上.

土体重力功率为

$$P_\gamma = \gamma S_{\Delta ABC} v_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta + \varphi_1\right) = \frac{\gamma H^2 v_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)}{2\cos^2 \alpha \sin(\theta - \beta)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \theta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta + \varphi_1\right)}{2\cos^2 \alpha \sin(\theta - \beta)}.$$

地表荷载功率为

$$P_q = q l_{BC} v_1 \sin(\theta - \beta - \varphi_1) = \frac{q H \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \theta\right) v_1 \sin(\theta - \beta - \varphi_1)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)}.$$

挡土墙破坏过程中土体无体积变化,所以孔隙水压力仅在破坏面AC上做功.

当水位线高于C点时,孔隙水压力功率为

$$P_u = \int_0^{l_{AC} \sin \theta} r_u \gamma (z_0 - z) v_1 \sin \varphi_1 dz.$$

当水位线低于C点时,孔隙水压力功率为

$$P_u = \int_0^{z_0} r_u \gamma (z_0 - z) v_1 \sin \varphi_1 dz.$$

主动土压力功率为

$$P_a = -E_a v_0 \cos(\alpha + \delta).$$

内能耗散率为

$$P_v = c_t l_{AC} v_1 \cos \varphi_1 = \frac{c_t H \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right) v_1 \cos \varphi_1}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)}.$$

3.4 优化求解

根据内外功率相等原理,可建立以下虚功率方程:

$$P_\gamma + P_q + P_u + P_a = P_v.$$

由此可推导出主动土压力:

$$E_a = \frac{P_\gamma + P_q + P_u - P_v}{v_0 \cos(\alpha + \delta)}$$

相应的约束条件为

$$\text{s.t.} \begin{cases} \alpha < \frac{\pi}{2}; \\ \varphi_i < \theta < \alpha + \varphi_i + \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

E_a 是关于 θ 的函数.为求解主动土压力,将 E_a 表达式转换为一个数学模型,在约束条件下,采用穷举法可得到主动土压力的最优值.

4 结果分析

4.1 对比分析

为验证本文计算方法的正确性,本文与张佳华等^[24]的研究成果进行对比,其中,各参数取值如下: $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, $q = 15 \text{ kN/m}^2$, $z_0 = 10 \text{ m}$, $r_u = 0.2$, $H = 8 \text{ m}$, $\beta = 15^\circ$, $\alpha = 15^\circ$, $\delta = 10^\circ$.在 $m = 1$ 时,即非线性 Mohr-Coulomb 强准则退化为线性 Mohr-Coulomb 破坏准则时,本文采用穷举法计算结果与文献[24]相同,验证了本文计算方法的正确性,且文献[24]仅为本文 $m = 1$ 时的一个特例.此外,在保证其他参数相同时,对比了非线性系数 m 变化时,挡土墙主动土压力变化,如表 1 所示,可以看出,非线性系数 m 对挡土墙主动土压力有显著影响,随着非线性系数增大,挡土墙主动土压力逐渐增大,且最大相对误差高达 38%.

表 1 非线性系数对挡土墙主动土压力的影响

非线性系数 m	主动土压力/(kN/m)	相对误差/%
1.0(文献[24])	360.0	-
1.2	425.9	18
1.4	449.8	25
1.6	468.8	30
1.8	484.1	34
2.0	496.7	38

4.2 主动土压力

各参数对主动土压力的影响如图 3 所示.从图 3 中可以看出,随着初始黏聚力 c_0 的增大,主动土压力 E_a 逐渐减小;随着非线性系数 m ,土体重度 γ ,地表荷载 q ,外摩擦角 δ ,土体高度 H ,墙背倾角 α ,土体倾角 β 的增大,主动土压力 E_a 也相应增大.其中,土体高度 H ,墙背倾角 α ,地表荷载 q 对主动土压力的影响比较显著.在进行挡土墙设计时,在满足设计要求的前提下,可采取减小墙背倾角、地表倾角、地表荷载以及降低土体高度的方法来减小主动土压力.此外,主动土压力 E_a 随着地下水位线高度 z_0 的增大而线性增大,且趋势比较明显.随着孔隙水压力系数 r_u 的增加,主动土压力 E_a 显著增大.这说明孔隙水对主动土压力有很大影响,建议在富水区域应加强支护,且应做好防排水措施,避免挡土墙发生坍塌破坏.

4.3 破裂角

表 2 分析了各参数对挡土墙破裂角的影响.根据已有研究成果^[4,10-11],其余参数分别为土体高度 $H = 6 \text{ m}$,土体重度 $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$,墙背倾角 $\alpha = 10^\circ$,土体倾角 $\beta = 10^\circ$,外摩擦角 $\delta = 10^\circ$,地表荷载 $q = 20 \text{ kN/m}^2$,非线性系数 $m = 2$,初始黏聚力 $c_0 = 15 \text{ kPa}$,孔隙水压力系数 $r_u = 0.5$,水位线高度 $z_0 = 5 \text{ m}$.从表 2 中可以看出,挡土墙破裂角 θ 随着非线性系数 m 的增大而减小,即土体破裂面向远离挡土墙方向扩展,破坏范围逐渐增大;挡土墙破裂角 θ 随着初始黏聚力 c_0 、地表荷载 q 、孔隙水压力系数 r_u 和地下水位线高度 z_0 的增大而增大,即土体破裂面向挡土墙方向靠近,破坏范围有减小的趋势.这表明土体破坏准则中的非线性参数、地表荷载以及孔隙水对挡土墙墙背后土体潜在破裂面的位置有较大的影响.

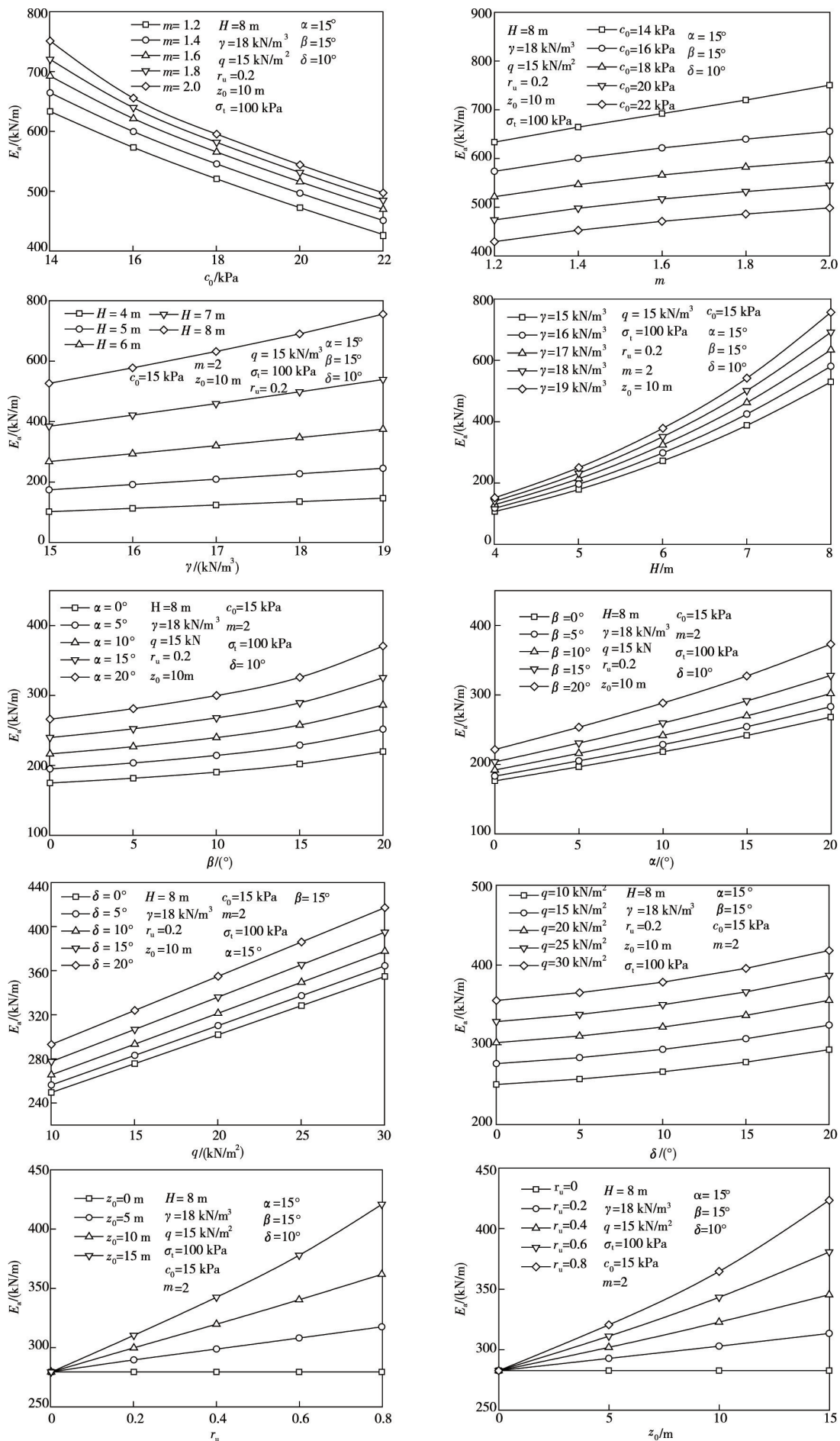


图3 参数对主动土压力的影响

表2 参数对挡土墙破裂角 θ 的影响

参数	取值	破裂角 $\theta/(^\circ)$
m	1.5	39.8
	2.0	37.7
	2.5	36.4
c_0/kPa	15.0	37.9
	20.0	41.9
	25.0	44.4
$q/(\text{kN}/\text{m}^2)$	0.0	37.1
	30.0	38.2
	60.0	38.9
r_u	0.0	37.0
	0.3	37.5
	0.6	38.1
z_0/m	0.0	36.9
	5.0	37.9
	10.0	39.4

5 结论

1) 主动土压力 E_a 随着非线性系数 m 的增大而增大,随初始黏聚力 c_0 的增大而减小,效果非常明显;破裂角 θ 随着初始黏聚力 c_0 、地表荷载 q 、孔隙水压力系数 r_u 和地下水位线 z_0 的增大而增大,随着非线性系数 m 的增大而减小。

2) 随着孔隙水压力系数 r_u 和水位线高度 z_0 的增大,主动土压力 E_a 增大,破裂面向靠近挡土墙的方向移动,且趋势比较明显。建议在富水区域应加强支护,且应做好防排水措施,避免挡土墙发生坍塌破坏。

参考文献:

- [1] 竺明星,姜开渝,龚维明,等.考虑 $c-\varphi$ 回填土坡面倾角影响的挡土墙非线性主动土压力研究[J].天津大学学报(自然科学与工程技术版),2019,52(s1):70-75.
- [2] 牛艳玲,王洁宁.景观建筑挡土墙优化设计后抗震性能的实验测试研究[J].地震工程学报,2019,41(3):596-600.
- [3] 谢明星,郑俊杰,曹文昭,等.有限填土路堤挡土墙主动土压力研究[J].华中科技大学学报(自然科学版),2019,47(2):1-6.
- [4] 赵国,陈建功.挡土墙上被动土压力的变分求解方法[J].土木与环境工程学报(中英文),2019,41(2):29-35.
- [5] 杨贵,王阳阳,刘彦辰.基于曲线滑裂面的挡墙主动土压力分析[J].岩土力学,2017,38(8):2182-2188.
- [6] 应宏伟,蒋波,谢康和.考虑土拱效应的挡土墙主动土压力分布[J].岩土工程学报,2007(5):717-722.
- [7] 王恭兴,张国祥.基于非线性破坏准则的被动土压力极限上限分析[J].岩土工程学报,2009,31(12):1907-1912.
- [8] 李斌,刘艳章,林坤峰.非线性 Mohr-Coulomb 准则适用范围及其改进研究[J].岩土力学,2016,37(3):637-646.
- [9] 于丽,吕城,王明年.基于非线性 M-C 准则的深埋土质隧道三维塌落破坏上限分析[J].岩土工程学报,2019,41(6):1023-1030.
- [10] 张佳华,杨小礼,张标,等.基于非线性破坏准则的浅埋偏压隧道稳定性分析[J].华南理工大学学报(自然科学版),2014,42(8):97-103.
- [11] 张道兵,蔚彪,张静,等.考虑 Baker 准则和孔压效应的隧道掌子面支护力上限分析[J].铁道科学与工程学报,2020,17(9):2311-2319.
- [12] 余伟健,高谦.大面积充填采矿时的流固耦合数值分析及优化[J].矿业工程研究,2009,24(4):11-17.
- [13] 李姝,吕城.考虑孔隙水压力和非线性 M-C 准则的深埋隧道掌子面稳定性分析[J].公路,2019,64(12):322-327.

- [14] Pang Z H, Gu D P. Seismic Stability of a Fissured Slope Based on Nonlinear Failure Criterion [J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2019, 37(4): 3487-3496.
- [15] 黄阜,潘秋景,张道兵.孔隙水压力作用下盾构隧道开挖面支护力上限研究[J].工程力学,2017,34(7):108-116.
- [16] Bishop A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes[J]. Geotechnique, 1955, 5(1): 7-17.
- [17] 孙志彬,唐辉湘,潘秋景,等.三维离散机构在盾构隧道渗流稳定分析中的应用研究[J].铁道学报,2018,40(4): 135-142.
- [18] 谢晓锋,吴秋红,刘恺.考虑孔隙水压力影响的深埋盾构隧道开挖面稳定性分析[J].公路交通科技,2017,34(7): 94-100.
- [19] Zhang J H, Li Y X, Xu J S. Energy analysis of face stability of deep rock tunnels using nonlinear Hoek-Brown failure criterion[J]. Journal of Central South University, 2015, 22(8): 3079-3086.
- [20] 张飞,李镜培,唐耀.考虑水位和孔压影响的基坑抗隆起稳定性上限分析[J].岩土力学, 2011,32(12):3653-3659.
- [21] 赵炼恒,罗强,李亮,等.地下水位变化对边坡稳定性影响的上限分析[J].公路交通科技,2010,27(7):1-7.
- [22] 周利金.孔隙水作用下浅埋圆形隧道支护反力上限计算[J].公路工程,2014,39(4):57-60.
- [23] Chen W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Florida: J Ross Publishing, Inc, 2007.
- [24] 张佳华,石奥,张标.孔隙水压力效应下挡土墙主动土压力上限解[J].湖南文理学院学报(自然科学版),2019,31(2): 80-84.