

doi:10.13582/j.cnki.1674-5876.2021.01.005

基于 Hoek-Brown 破坏准则深埋硐室围岩结构可靠度分析

张静¹, 焦倬然¹, 张道兵^{2,3*}, 蔚彪^{2,3}, 尹华东^{2,3}

(1. 中铁五局电务城通公司, 湖南长沙 410006;

2. 湖南科技大学南方煤矿瓦斯与顶板灾害预防控制安全生产重点实验室, 湖南湘潭 411201;

3. 湖南科技大学煤矿安全开采技术湖南省重点实验室, 湖南湘潭 411201)

摘要: 为了研究不同参数对深埋硐室围岩稳定性的影响, 基于“楔形塌落体+圆弧转动体”的计算模型, 将极限分析上限定理与可靠度理论相结合, 构建了 Hoek-Brown 破坏准则下深埋硐室围岩结构可靠度模型, 分析了相关参数对深埋硐室围岩结构可靠度的影响规律。结果表明: 侧压系数 K 会引起深埋硐室顶板和两帮的失效概率发生显著差异。Hoek-Brown 破坏准则中的参数也会对深埋硐室围岩的失效概率产生明显作用, 较大的 I_{GS} , σ_{ci} , m_i 会降低深埋硐室围岩的失效概率, 扰动因子 D 的增加会使深埋硐室的失效概率增加。同时, 得出了不同安全等级下维持深埋硐室围岩稳定所需的最小支护力, 该计算结果可为深埋硐室围岩的支护设计提供理论依据和参考。

关键词: Hoek-Brown 破坏准则; 上限定理; 深埋硐室; 可靠度; 失效概率

中图分类号: TU43 文献标志码: A 文章编号: 1672-9102(2021)01-0030-08

Reliability Analysis of Surrounding Rock Structure of Deep Chamber under Hoek-Brown Failure Criterion

ZHANG Jing¹, JIAO Tanran¹, ZHANG Daobing^{2,3}, YU Biao^{2,3}, YIN Huadong^{2,3}

(1. The Electricity & Rail Transit Engineering Company Limited under CREC NO.5 Group, Changsha 410006, China;

2. Work Safety Key Lab on Prevention and Control of Gas and Roof Disasters for Southern Coal Mines, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;

3. Hunan Provincial Key Laboratory of Safe Mining Techniques of Coal Mines, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

Abstract: In order to study the influence of different parameters on the stability of surrounding rocks in deep chamber, based on the calculation model of “wedge falling body + circular rotating body”, the upper limit theorem of limit analysis is combined with the reliability theory. The reliability model of surrounding rock structure under Hoek-Brown failure criterion is constructed. The influence law of correlative parameters on the reliability of surrounding rock structure in deep chamber is analyzed. The results show that coefficient of lateral pressure K will cause significant difference in the failure probability of the roof and the two sides of the deep chamber. The parameters in the Hoek-Brown failure criterion also have an obvious effect on the failure probability of the surrounding rock of the deep chamber. Larger I_{GS} , σ_{ci} and m_i will reduce the failure probability of the surrounding rock of the deep chamber. The increase of disturbance factor D will increase the failure probability of the deep chamber. At the same time, the minimum supporting pressure of surrounding rock for different safety levels is given, which can provide scientific basis and construction reference for similar projects in the future.

收稿日期: 2020-09-28

基金项目: 国家自然科学基金面上资助项目(51804113; 52074116); 湖南省自然科学基金面上资助项目(2019JJ40082)

* 通信作者, E-mail: dbzhang@hnust.edu.cn

Keywords: Hoek - Brown failure criterion; upper bound theorem; deep chamber; reliability; failure probability

深埋硐室的稳定性问题一直备受岩石力学界的关注,巷道作为深埋硐室的一种形式,其对矿上的掘进、开采、运输等起着关键作用,然而由于支护力设计不合理等导致的巷道围岩破坏事故屡屡发生^[1-3].例如,2020年6月4日,山东省莱芜辛庄煤矿发生顶板事故,造成2人死亡;2019年6月19日,山西某煤矿发生冒顶事故,导致6人死亡;2017年7月11日,中煤担水沟煤矿发生重大顶板事故,造成10人死亡.隧道是深埋硐室的另一重要形式,其在交通运输方面发挥着重要作用,然而隧道围岩垮塌事故也经常发生,给人们生命安全和施工造成了巨大的危害^[4,5].例如,2020年9月10日,广西百色上岗隧道发生坍塌事故,造成9名施工人员被困;2019年1月7日,云南杨宣高速公路施工隧道发生塌方事故,造成2人死亡1人受伤.由此可见,明确深埋硐室围岩压力,为硐室支护力设计提供有效合理依据具有重要科学价值和工程意义.

许多学者对深埋硐室的稳定性进行了研究,并取得了丰硕的成果.Liu等^[6]基于深埋硐室三维破坏模式,采用极限分析上限法获得了围岩压力的解析解,并分析了深埋硐室尺度参数、位置参数、侧压系数等对围岩压力的影响;张道兵等^[7]基于深埋硐室破坏机制,采用极限分析上限定理及序列二次规划算法求解了围岩压力的最优上限解;于远祥等^[8]根据深埋硐室围岩力学分析模型,推导了围岩压力的解析解,研究了黏聚力、内摩擦角等围岩参数对深埋硐室稳定性的影响;Huang等^[9]基于深埋硐室围岩坍塌二维破坏机制,采用极限分析上限定理和变分法求解了溶洞诱发深埋硐室坍塌的围岩压力上限解,并通过与数值模拟结果进行对比,验证了该上限解的正确性;邓博团等^[10]基于岩石材料弹塑性损伤本构模型,研究了冲击荷载对深埋硐室的影响.

上述文献采用不同方法从不同角度研究了深埋硐室围岩稳定性,但都是基于定值法研究的,即不考虑参数随机性.然而大量研究表明岩体参数具有随机性,因此,在深埋硐室围岩稳定性的研究中若不考虑参数的随机性,那么深埋硐室围岩的计算精度有待商榷.本文基于 Hoek-Brown 破坏准则,考虑岩体参数随机性,将上限法与可靠度理论相结合,构建了深埋硐室围岩结构体系可靠度模型,研究了侧压系数和 Hoek-Brown 破坏准则参数对深埋硐室围岩失效概率影响.

1 基本原理

1.1 Hoek-Brown 破坏准则与切线技术

E Hoek 和 E T Brown^[11,12]通过大量岩石力学试验以及岩体现场测试,并且经过不断的修正和完善,得到了最终的 Hoek-Brown 破坏准则表达式:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a. \quad (1)$$

式中: σ_1 和 σ_3 分别为岩体破坏时所受的最大主应力和最小主应力; σ_{ci} 表示由试验所测得岩石的单轴抗压强度; m_b 、 s 和 a 均为与岩体材料特性相关的无量纲参数.三者表达式分别为

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{I_{CS} - 100}{28 - 14D}\right); \quad (2)$$

$$s = \exp\left(\frac{I_{CS} - 100}{9 - 3D}\right); \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} [\exp(-I_{CS}/15) - \exp(-20/3)]. \quad (4)$$

式中: m_i 为与岩体强度有关的岩体常数; I_{CS} 为表征岩体结构完整性的地质强度指标; D 为反映爆破等应力的突然释放对岩体造成影响的扰动因子.

已有相关研究成果^[11,12]表明岩体结构在发生破坏时,其破坏面的切应力和正应力事实上遵循非线性关系.通过“切线法”^[13,14]将非线性破坏准则引入到极限分析上限定理中,可以准确找到 Hoek-Brown 破坏

准则曲线上任意一点所对应的真实应力状态,如图1所示.

切线方程为

$$\tau = c_t + \sigma_n \tan \varphi_t \tag{5}$$

式中: τ 和 σ_n 分别为岩体在极限荷载状态下的剪应力和正应力; c_t 和 φ_t 分别为Hoek-Brown破坏准则曲线上点M处的黏聚力和内摩擦角,内摩擦角 φ_t 可以通过上限法在优化计算过程中得到求解,黏聚力 c_t 可通过式(6)确定:

$$\frac{c_t}{\sigma_{ci}} = \frac{\cos \varphi_t}{2} \left[\frac{m_b a (1 - \sin \varphi_t)}{2 \sin \varphi_t} \right]^{\frac{a}{1-a}} + \frac{s}{m_b} \tan \varphi_t - \frac{\tan \varphi_t}{m_b} \left(1 + \frac{\sin \varphi_t}{a} \right) \left[\frac{m_b a (1 - \sin \varphi_t)}{2 \sin \varphi_t} \right]^{\frac{1}{1-a}} \tag{6}$$

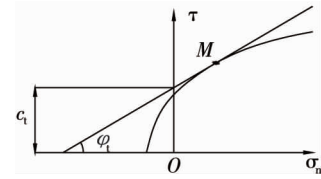


图1 上限定理中Hoek-Brown破坏准则与切线法

1.2 上限定理

极限分析上限定理表明:在一个相容的运动许可速度场中,材料处于极限荷载状态时,变形机构所承受的表面力和体积力必然不小于材料所承受的真实破坏荷载.相关表达式为^[13,14]

$$\int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV \geq \int_S T_i v_i dS + \int_V F_i v_i dV \tag{7}$$

式中: σ_{ij} 为材料在发生破坏时的应力状态; ϵ_{ij} 为材料发生破坏时产生塑流所引发的应变状态; T_i 为施加在变形机构表面S上的力; F_i 为材料发生破坏产生塑流所受到的体积力; v_i 为材料发生破坏产生塑流所形成的速度场.

2 深埋洞室围岩压力计算模型与计算过程

2.1 深埋洞室围岩压力计算模型

本文采用文献[15]所构建的深埋洞室“楔形塌落体+圆弧转动体”破坏机制,如图2所示.

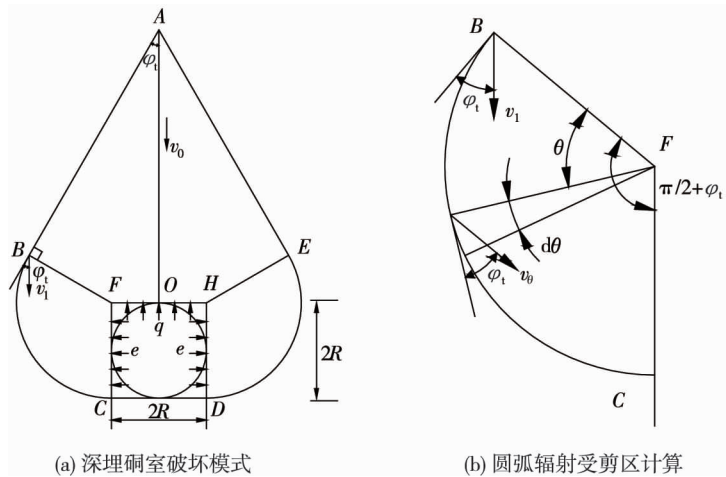


图2 深埋洞室计算模型

2.2 深埋洞室围岩压力计算过程

由于本文所采用的深埋洞室计算模型左右对称,因此在求解围岩压力的过程中选取左半部分进行计算.

2.2.1 速度大小及速度间断线长度计算

深埋洞室围岩各破坏块体速度大小为

$$v_1 = v_0; \tag{8}$$

$$v_\theta = v_0 \exp[\theta \tan(2\varphi_t)]. \tag{9}$$

各速度间断线长度递推关系为

$$\overline{CF} = \overline{BF} = 2R; \tag{10}$$

$$\overline{AB} = R(2\cos \varphi_1 + 1)/\sin \varphi_1; \quad (11)$$

$$\overline{AO} = \overline{AB}\cos \varphi_1 + \overline{BF}\sin \varphi_1. \quad (12)$$

2.2.2 外力做功功率计算

外力总功率 W_{exit} 包括破坏块体的重力做功功率、支护反力做功功率和地震力做功功率.

1) 重力做功功率

刚性滑块 $ABFO$ 的面积 S_{ABFO} 为

$$S_{ABFO} = \frac{R^2}{2} \left(\frac{5\cos \varphi_1 + 4}{\sin \varphi_1} \right). \quad (13)$$

圆弧辐射受剪区 BFC 微元面积 dS_{BFC} 为

$$dS_{BFC} = 2R^2 d\theta. \quad (14)$$

块体 $ABFO$ 重力所做功率 W_1 为

$$W_1 = \gamma v_0 R^2 f_1. \quad (15)$$

圆弧受剪区 BFC 重力所做功率 W_2 为

$$W_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2} + \varphi_1} \frac{2}{3} \gamma v_1 \exp[\theta \tan(2\varphi_1)] 2R^2 \cos \theta d\theta = \gamma v_0 R^2 f_2. \quad (16)$$

2) 支护反力做功功率

支护反力做功功率 W_3 包括顶板支护力 q 和边墙支护力 e 所做功率:

$$W_3 = -qRv_0 f_3. \quad (17)$$

$$e = Kq. \quad (18)$$

式中: e 为边墙支护力; q 为顶板支护力; K 为侧压系数.

外力总功率 W_{exit} 为

$$W_{\text{exit}} = W_1 + W_2 + W_3 = \gamma v_0 R^2 (f_1 + f_2) - qv_0 R f_3. \quad (19)$$

2.2.3 内能耗散功率计算

沿间断面 AB 能量耗散功率 W_4 为

$$W_4 = c_1 v_0 \cos \varphi_1 \overline{AB} = c_1 R v_0 f_4. \quad (20)$$

沿间断圆弧面 BC 能量耗散功率 W_5 为

$$W_5 = \int_0^{\frac{\pi}{2} + \varphi_1} c_1 2Rv_0 \exp[\theta \tan(2\varphi_1)] d\theta = c_1 Rv_0 f_5. \quad (21)$$

圆弧受剪区 BFC 能量耗散功率 W_6 为

$$W_6 = \int_0^{\frac{\pi}{2} + \varphi_1} \frac{c_1 2Rv_0 \exp[\theta \tan(2\varphi_1)] \cos \varphi_1}{\cos(2\varphi_1)} d\theta = c_1 Rv_0 f_6. \quad (22)$$

内能耗散总功率 W_{int} 为

$$W_{\text{int}} = W_4 + W_5 + W_6 = c_1 Rv_0 (f_4 + f_5 + f_6). \quad (23)$$

2.2.4 支护力计算

根据虚功率原理 $W_{\text{exit}} = W_{\text{int}}$, 可得深埋硐室拱顶支护力 q 的表达式为

$$q = \frac{\gamma R (f_1 + f_2) - c_1 (f_4 + f_5 + f_6)}{f_3}. \quad (24)$$

式中:

$$f_1 = (5\cos \varphi_1 + 4)/(2\sin \varphi_1); \quad (25)$$

$$f_2 = \frac{4}{3[1 + \tan^2(2\varphi_1)]} \left\{ \exp\left[\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_1\right) \tan(2\varphi_1)\right] [\cos \varphi_1 - \tan(2\varphi_1) \sin \varphi_1] - \tan(2\varphi_1) \right\}; \quad (26)$$

$$f_3 = 1 + 2K\cos \varphi_1 \exp\left[\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_1\right) \tan(2\varphi_1)\right]; \quad (27)$$

$$f_4 = (2\cos \varphi_1 + 1)/\tan \varphi_1; \quad (28)$$

$$f_5 = 2\{\exp[(\pi/2 + \varphi_1)\tan(2\varphi_1)] - 1\}/\tan(2\varphi_1); \quad (29)$$

$$f_6 = 2\cos \varphi_1\{\exp[(\pi/2 + \varphi_1)\tan(2\varphi_1)] - 1\}/\sin(2\varphi_1). \quad (30)$$

3 可靠度计算模型

3.1 极限状态方程

根据式(22)以及 $e = Kq$ 可得, q 和 e 的表达式分别为

$$q = \frac{\gamma R(f_1 + f_2) - c_1(f_4 + f_5 + f_6)}{f_3}; \quad (31)$$

$$e = K \frac{\gamma R(f_1 + f_2) - c_1(f_4 + f_5 + f_6)}{f_3}. \quad (32)$$

假定实际的顶板和两帮支护力均为 σ_1 , 那么深埋硐室顶板以及两帮的极限状态方程分别为

$$g_1(\mathbf{X}) = \sigma_1 - q = \sigma_1 - \frac{\gamma R(f_1 + f_2) - c_1(f_4 + f_5 + f_6)}{f_3} = 0; \quad (33)$$

$$g_2(\mathbf{X}) = \sigma_1 - e = \sigma_1 - K \frac{\gamma R(f_1 + f_2) - c_1(f_4 + f_5 + f_6)}{f_3} = 0. \quad (34)$$

3.2 可靠度模型

深埋硐室顶板的可靠度模型为

$$R_s = P\left\{g_1(\mathbf{X}) = \sigma_1 - \frac{\gamma R(f_1 + f_2) - c_1(f_4 + f_5 + f_6)}{f_3} > 0\right\}. \quad (35)$$

深埋硐室两帮的可靠度模型为

$$R_s = P\left\{g_2(\mathbf{X}) = \sigma_1 - K \frac{\gamma R(f_1 + f_2) - c_1(f_4 + f_5 + f_6)}{f_3} > 0\right\}. \quad (36)$$

深埋硐室顶板的失效概率为

$$P_f = 1 - R_s = 1 - P\left\{g_1(\mathbf{X}) = \sigma_1 - \frac{\gamma R(f_1 + f_2) - c_1(f_4 + f_5 + f_6)}{f_3} > 0\right\}. \quad (37)$$

深埋硐室两帮的失效概率为

$$P_f = 1 - R_s = 1 - P\left\{g_2(\mathbf{X}) = \sigma_1 - K \frac{\gamma R(f_1 + f_2) - c_1(f_4 + f_5 + f_6)}{f_3} > 0\right\}. \quad (38)$$

式中: $g_1(\mathbf{X})$ 、 $g_2(\mathbf{X})$ 为功能函数; \mathbf{X} 为随机变量组成的向量, 即 $\mathbf{X} = (\gamma, I_{CS}, m_i, \sigma_{ci}, D, \sigma_1)$; R_s 为可靠度; P_f 为失效概率.

4 结果分析

相关随机变量统计特征如表 1 所示.

表 1 随机变量统计特征

随机变量	均值	标准差	变异系数	分布类型
$\gamma/(\text{kN}/\text{m}^3)$	24	1.2	0.05	正态分布
I_{CS}	15	2.25	0.15	正态分布
m_i	10	1.5	0.15	正态分布
σ_{ci}/kPa	600	90	0.15	正态分布
D	-	-	0.15	正态分布
σ_1/kPa	-	-	0.15	正态分布

4.1 侧压系数 K 对深埋硐室失效概率的影响

侧压系数 K 对深埋硐室失效概率的影响如图 3 所示. 通过图 3a 可以得出, 当侧压系数 $K < 1$ 时, 在同等

支护条件下深埋洞室顶板失效概率显著高于两帮失效概率,此时深埋洞室的破坏主要发生在顶板.从图 3c 能够发现,当侧压系数 $K > 1$ 时,深埋洞室两帮的失效概率明显高于顶板失效概率,此时深埋洞室围岩破坏主要以片帮为主,说明此种情况下两帮承担了大部分围岩压力.从图 3b 可以看出,当侧压系数 $K = 1$,此时,在同等支护力作用下深埋洞室顶板和两帮的失效概率曲线重合,失效概率相同.综合分析,可以发现侧压系数会对深埋洞室围岩顶板和两帮的失效概率产生明显影响.

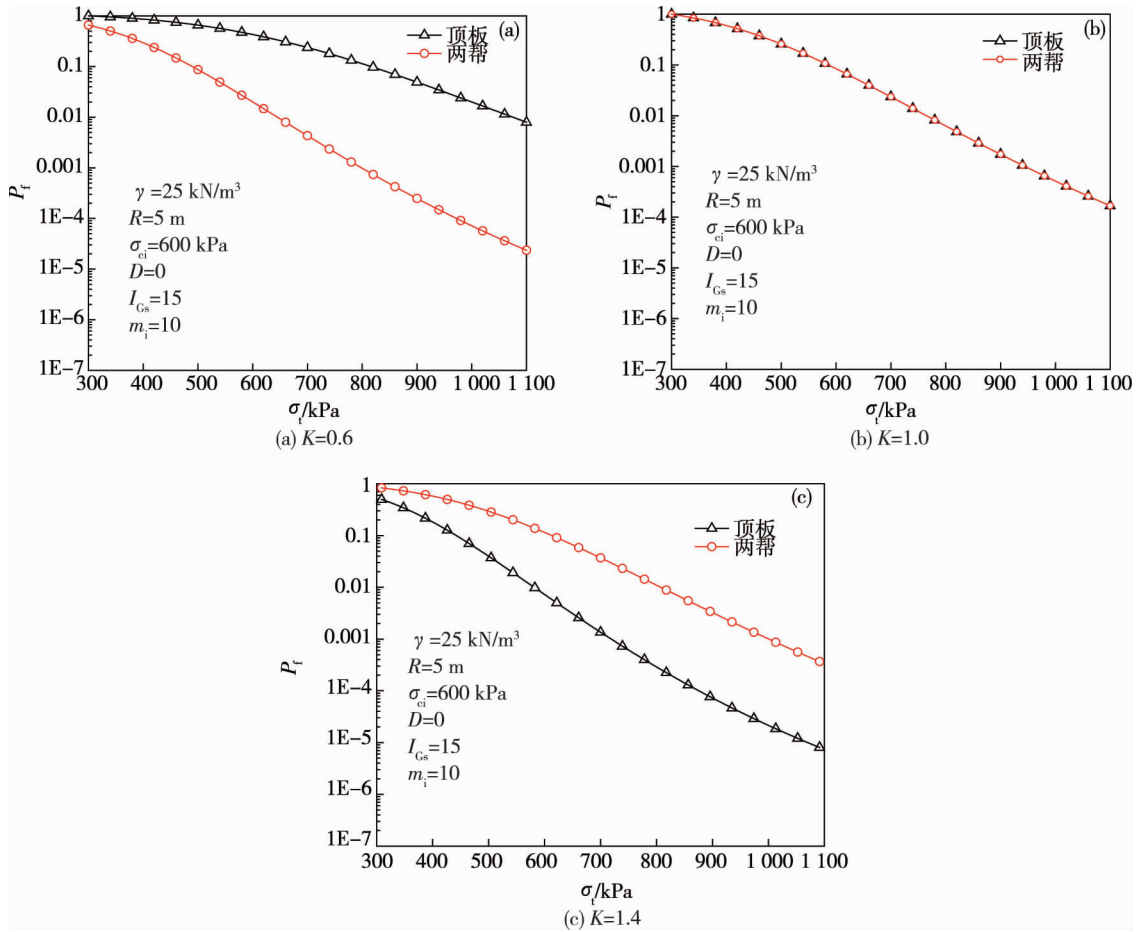


图 3 侧压系数 K 对深埋洞室失效概率的影响

4.2 Hoek-Brown 破坏准则参数对深埋洞室失效概率的影响

不同参数对深埋洞室失效概率的影响如图 4 所示.通过图 4 可以发现,当侧压系数 $K = 1$ 时,随着支护力的增加,深埋洞室的失效概率呈现出非线性减小的趋势.通过图 4a 可以得出,当支护力一定时,随着地质强度指标 I_{GS} 的增大,深埋洞室失效概率会减小.这也印证了地质强度指标 I_{GS} 体现了岩体的完整性,较大的 I_{GS} 表明围岩整体稳定性更好.分析图 4b 可以发现,当支护力不变时,深埋洞室的失效概率随着岩体常数 m_i 的增大而降低.从图 4c 能够得出,当支护力为常数时,伴随单轴抗压强度 σ_{ci} 的增大,深埋洞室围岩的失效概率减小.这是因为单轴抗压强度越大的围岩,其承载能力越强,因而围岩发生破坏的风险越低.通过图 4d 可以看出,当支护力固定时,扰动因子 D 越大,深埋洞室围岩的失效概率也就越高,建议在深埋洞室开挖和使用中要考虑地震、爆破等因素对洞室围岩稳定性所产生的不利影响,做好抗扰动的支护措施.基于图 4,通过引入容许失效概率 $[P_f]$,可得到 3 种不同安全等级下维持深埋洞室围岩稳定所需的最小支护力,见表 2,该计算结果可为深埋洞室围岩的支护设计提供理论依据和参考.

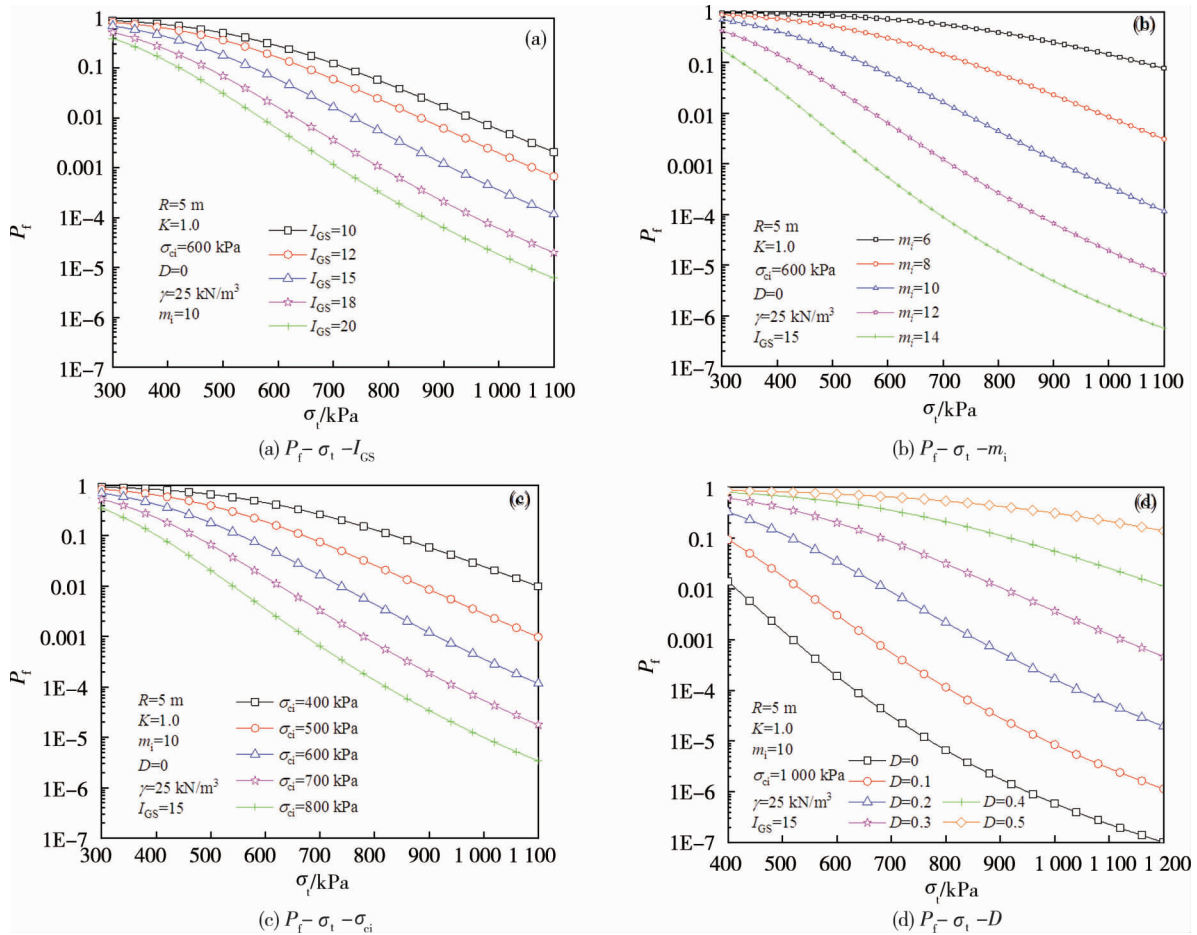


图4 不同参数对深埋洞室失效概率的影响

表2 不同容许失效概率下维持深埋洞室围岩稳定所需最小支护力

Hoek-Brown 准则参数	参数取值	σ_t/kPa			
		$P_f=0.1$	$P_f=0.01$	$P_f=0.001$	$P_f=0.0001$
I_{GS}	10	723.5	949.9	—	—
	12	651.2	858.0	1 061.6	—
	15	555.4	737.8	914.3	—
	18	471.7	631.5	784.8	958.7
	20	421.2	568.6	709.0	865.3
m_i	6	1 059.9	—	—	—
	8	743.1	984.5	—	—
	10	554.3	737.7	915.9	—
	12	428.3	573.1	713.1	868.5
	14	336.9	455.0	566.4	692.4
σ_{ci}	400	722.4	948.2	—	—
	500	651.2	857.8	1 061.8	—
	600	555.5	737.8	914.0	—
	700	472.2	631.5	785.5	958.0
	800	422.3	568.7	708.2	865.3
D	0	—	414.5	518.6	633.2
	0.1	—	532.4	663.0	808.5
	0.2	516.0	688.1	857.1	1 045.6
	0.3	681.9	907.5	1 123.7	—
	0.4	918.2	—	—	—
0.5	—	—	—	—	

5 结论

1) 侧压系数会使深埋硐室围岩的失效概率产生明显区别.当侧压系数 $K < 1$ 时,深埋硐室顶板失效概率高于两帮失效概率,若侧压系数 $K > 1$,则两帮的失效概率会大于顶板失效概率,侧压系数 $K = 1$,顶板和两帮的失效概率相同.

2) 在侧压系数为 1 的等压条件下, Hoek-Brown 破坏准则中的不同参数会对深埋硐室的失效概率产生显著影响. J_{CS} , m_i , σ_{ci} 的增加都会降低深埋硐室围岩的失效概率,有利于深埋硐室围岩稳定.而扰动因子 D 的增加则会使深埋硐室围岩发生破坏的风险增加.

参考文献:

- [1] 杨仁树,朱晔,李永亮,等.采动影响巷道弱胶结层状底板稳定性分析与控制对策[J].煤炭学报,2020,45(7):2667-2680.
- [2] 高玉兵,杨军,张星宇,等.深井高应力巷道定向拉张爆破切顶卸压围岩控制技术研究[J].岩石力学与工程学报,2019,38(10):2045-2056.
- [3] 王雷,王琦,黄玉兵,等.深部高应力穿层巷道变形机制及支护技术研究[J].采矿与安全工程学报,2019,36(1):112-121.
- [4] 陈炳瑞,魏凡博,王睿,等.西南地区某深埋隧道花岗岩破坏机制与前兆特征研究[J].岩石力学与工程学报,2020,39(3):469-479.
- [5] 刘威,王祺,庄欠伟,等.深埋排水调蓄盾构隧道管片 1:1 力学试验系统的研发与应用[J].中国公路学报,2020,33(2):103-113.
- [6] Liu Z Z, Cao P, Lin H, et al. Three-dimensional upper bound limit analysis of underground cavities using nonlinear Baker failure criterion[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2020, 30(7): 1916-1927.
- [7] 张道兵,马宗宇,曹振兴,等. Hoek-Brown 破坏准则下深埋硐室围岩压力上限解[J].铁道科学与工程学报,2020,17(2):413-421.
- [8] 于远祥,王赋宇,任建喜,等.考虑托板作用的深埋岩体分区破裂时空效应[J].煤炭学报,2020,45(2):598-612.
- [9] Huang F, Zhang M, Jiang Z. Study on the mechanism of surrounding rock collapse in a deep underground chamber with a hidden karst cave at the top[J]. Journal of Central South University, 2019,26(7):1747-1754.
- [10] 邓博团,马宗源.冲击荷载作用下深埋洞室稳定性分析[J].应用力学学报,2016,33(4):646-651.
- [11] Hoek E, Brown E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1997, 34(8): 1165-1186.
- [12] Hoek E, Carranza-Torres C, Corkum B. Hoek-Brown failure criterion—2002 edition[C]//Proceedings of the North American Rock Mechanics Society NARMS-TAC 2002. Toronto: University of Toronto Press, 2002,1:267-273.
- [13] Yang X L, Huang F. Collapse mechanism of shallow tunnel based on nonlinear Hoek-Brown failure criterion[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2011, 26(6): 686-691.
- [14] Zhang D B, Ma Z Y, Yu B, et al. Upper bound solution of surrounding rock pressure of shallow tunnel under nonlinear failure criterion[J]. Journal of Central South University, 2019, 26(7): 1696-1705.
- [15] 张道兵,马宗宇,刘智振.深埋地下硐室破坏模式与围岩压力上限解[J].中南大学学报(自然科学版),2019,50(3):649-657.