

基于 Mohr-Coulomb 准则的岩石损伤 本构模型研究

房智恒*

(中冶长天国际工程有限责任公司, 湖南 长沙 410007)

摘要:在 Mohr-Coulomb 准则及岩石微元强度服从对数正态随机分布的基础上,结合岩石三轴应力应变试验曲线,建立了能反应岩石破裂全过程的三维损伤本构模型.在此基础上重点研究了对数正态分布参数对岩石损伤统计本构模型的影响,从而寻找出分布参数与围压 σ_3 的关系.研究表明该模型形式简单、参数容易获得、与试验数据符合程度较好.依据该模型理论,在 VC++ 开发环境中为 FLAC^{3D} 开发出数值计算所需的本构模型动态链接库,然后采用该本构模型进行数值计算,将数值计算结果与理论结果和试验结果进行对比,结果表明开发的本构模型具有一定的合理性,为同类工程应用奠定了基础.

关键词:岩石微元强度;本构模型;损伤;Mohr-Coulomb 准则;FLAC^{3D} 二次开发

中图分类号:TD313 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-9102(2017)01-0007-07

Rock Damage Constitutive Model Based on Mohr-Coulomb Criterion

FANG Zhiheng

(Zhongye Changtian International Engineering Co. Ltd., Changsha 410007, China)

Abstract: The paper establishes the three-dimensional constitutive model which expresses the rock failure process based on Mohr - Coulomb criterion, rock micro - unit strength conforming to logarithmic normal disturbance, and the three axis stress strain curve of rock. On the basis of this, the paper focuses on the logarithmic normal disturbance parameters influence on constitutive model of rock damage. It finds out that the relationship between the distribution parameters and the confining pressure. Results show that the model has a simple form. Its parameters are easily obtained, and the degree is in a good agreement with the experimental data. The paper develops the constitutive model dynamic link library for FLAC^{3D} in VC++, calculated with the model. Comparing with theoretical and tests results, it shows that the constitutive model has certain rationality and can use for similar engineerings.

Key words: rock micro - unit strength; constitutive model; damage; Mohr - Coulomb criterion; FLAC^{3D} secondary development

岩石是一种非均质的地质材料,本构关系复杂,其研究一直是岩石力学和岩土工程的一个重要方面,受到工程界的普遍重视.近年来许多学者从损伤力学的角度出发,考虑岩石的损伤过程,试图找到符合岩石全过程应力-应变关系曲线的本构模型,不失为一种较好的方法^[1].损伤力学的研究方法大致分为 3 种:金属物理学方法、维象学方法和统计学方法.其中,统计损伤力学是研究岩石损伤软化本构模型的一种有效方法^[2].

收稿日期:2016-09-29

* 通信作者, E-mail: 290188212@qq.com

在岩石损伤本构模型研究中, D. Krajeinovic、唐春安等^[3,4]提出从岩石内部缺陷分布随机性出发, 采用岩石的轴向应变作为微元强度, 利用微元强度服从 Weibull 分布建立岩石损伤本构模型, 由于轴向应变无法准确表示微元强度, 因而该本构模型具有一定的局限性; 曹文贵、赵明华等^[5]探讨了基于 Weibull 分布的岩石损伤软化参数与围压的关系, 提出新的岩石微元强度表示法, 同时采用 Drucker-Prager 准则建立了损伤本构模型; 但是, 由于(1) Drucker-Prager 准则较为保守, 使得采用该准则建立起来的岩石微元强度缺少合理性, Mohr-Coulomb 准则是以实验为基础建立起来的准则, 具有较好的合理性, 且该准则在许多数值计算软件中得到较广泛的应用。(2) Weibull 分布并不是岩石微元强度分布的唯一选择, 蒋维等^[6]提出正态分布和对数正态分布也有广泛的应用。(3) 前人研究的岩石损伤本构模型很少在数值计算软件 FLAC^{3D} 中开发实现。因此, 鉴于以上 3 点, 笔者从 Mohr-Coulomb 准则出发, 建立了岩石微元强度。从岩石微元强度服从对数正态分布出发, 建立了岩石损伤本构模型, 在此基础上探讨了模型参数与围岩压力 σ_3 的关系, 据此对模型进行修正, 最后在 VC++ 开发环境中为 FLAC^{3D} 开发出损伤本构模型动态链接库文件, 为本构模型在数值计算软件中的应用奠定了基础。

1 岩石统计损伤本构模型的建立

1.1 损伤变量与本构关系建立

根据 J. Lemaitre 应变等价性假说^[7], 建立岩石本构关系如下:

$$[\sigma^*] = [\sigma]/[1 - D] = [C][\varepsilon]/(1 - D). \quad (1)$$

式中, $[C]$: 岩石材料的弹性矩阵; $[\sigma^*]$: 有效应力矩阵; $[\sigma]$: 名义应力矩阵; $[\varepsilon]$: 应变矩阵; D : 岩石损伤变量。建立岩石损伤本构模型的关键在于损伤变量 D 的确定, 采用轴线应变表示岩石微元强度存在严重的不足, 依据曹文贵等提出的新的岩石微元强度表示法^[8], 岩石破坏准则如下:

$$f(\sigma^*) - k_0 = 0. \quad (2)$$

式中, k_0 : 岩石内摩擦角和粘聚力有关的常数, $F = f(\sigma^*)$ 反应了岩石破坏的危险程度, 可作为岩石的微元强度, 破坏概率为 $P[f(\sigma^*)]$, 定义损伤变量与破坏概率的关系如下:

$$D = \int_0^1 f(\sigma^*) P(x) dx. \quad (3)$$

1.2 岩石微元强度的确定

由上可知, $F = f(\sigma^*)$ 表示岩石微元强度, 直接取决于岩石的破坏准则, 鉴于 Mohr-Coulomb 准则来自于试验, 参数简单、应用普遍。本文采用该准则作为岩石的微元强度, Mohr-Coulomb 准则如下:

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi. \quad (4)$$

式中, τ : 剪应力; c : 粘结力; σ : 名义正应力; φ : 内摩擦角。

准则可采用 σ_1, σ_3 表示如下:

$$\sigma_1 - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}. \quad (5)$$

式中, σ_1 : 名义最大主应力; σ_3 : 名义最小主应力。

根据式(5) 得出

$$F = f(\sigma^*) = \sigma_1^* - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3^*. \quad (6)$$

式中, σ_1^* : 有效最大主应力; σ_3^* : 有效最小主应力。

1.3 基于对数正态分布的岩石损伤模型

在以往的损伤本构模型研究中, 微元强度通常假设服从 Weibull 分布, 但是在结构可靠度分析中应用较普遍的是对数正态分布假设作为结构抗力的概率分布, 本文尝试采用岩石微元强度服从对数正态分布的假设建立本构模型。微元强度分布函数如下:

$$P[F] = P[f(\sigma^*)] = \frac{1}{FS_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln F - F_0}{S_0}\right)^2\right]. \quad (7)$$

式中, F_0, S_0 : 对数正态分布参数.

根据式(3) 和式(7) 可得损伤变量计算式如下:

$$D = \int_0^F P(x) dx = \int_0^F \frac{1}{xS_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - F_0}{S_0}\right)^2\right] dx = \Phi\left(\frac{\ln F - F_0}{S_0}\right). \quad (8)$$

式中, $\Phi\left(\frac{\ln F - F_0}{S_0}\right)$: 标准正态分布函数.

岩石三轴试验中可以测得名义应力 σ_1, σ_3 , 名义应变 ε 弹性模量 E 和泊松比 μ , 由(1) 式和胡克定律可得岩石三维损伤统计本构模型如下:

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1(1 - D) + \mu(\sigma_2 + \sigma_3) = E\varepsilon_1\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln F - F_0}{S_0}\right)\right) + \mu(\sigma_2 + \sigma_3); \quad (9)$$

$$\sigma_2 = E\varepsilon_2(1 - D) + \mu(\sigma_1 + \sigma_3) = E\varepsilon_2\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln F - F_0}{S_0}\right)\right) + \mu(\sigma_1 + \sigma_3); \quad (10)$$

$$\sigma_3 = E\varepsilon_3(1 - D) + \mu(\sigma_2 + \sigma_1) = E\varepsilon_3\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln F - F_0}{S_0}\right)\right) + \mu(\sigma_2 + \sigma_1). \quad (11)$$

上述三维损伤本构模型的确定关键在于参数 F_0 和 S_0 的确定, 由式(9) 式可得:

$$D = \Phi\left(\frac{\ln F - F_0}{S_0}\right) = \frac{2\mu\sigma_3 - \sigma_1 + E\varepsilon_1}{E\varepsilon_1}. \quad (12)$$

由式(12) 可得:

$$\Phi\left(\frac{F_0 - \ln F}{S_0}\right) = \frac{\sigma_1 - 2\mu\sigma_3}{E\varepsilon_1} = 1 - D. \quad (13)$$

$\sigma_1, \sigma_3, \varepsilon_1$ 可由试验确定, 因此式(13) 对于一组 $\sigma_1, \sigma_3, \varepsilon_1$ 试验值可以得到一个对应的 Φ 值, 由标准正态分布表可查出与之对应的 $X = \frac{F_0 - \ln F}{S_0}$ 的值, 设 $Y = \ln F$, 如果以 Y 为纵坐标, X 为横坐标, 则 $Y = F_0 - S_0X$, 其中, Y 可由式(6) 求出, 根据多组试验数据便可求出参数 F_0 和 S_0 .

为了求出参数 F_0 和 S_0 , 本文引用文^[9] 的试验数据, 其中岩石弹性模量 $E = 90$ MPa, 泊松比 $\mu = 0.25$, 内摩擦角 $\varphi = 31.3039^\circ$, 得出 X 与 Y 的散点图见图 1. 采用曲线拟合的方法得到不同围压下统计损伤本构模型, 其曲线及参数见图 2 和表 1.

由此可以看出该曲线具有以下特点: (1) 该曲线能够反映岩石应力应变的全过程, 尤其是岩石软化性质; (2) 随着围压的增大, 岩石的强度逐渐升高, 与实际吻合.

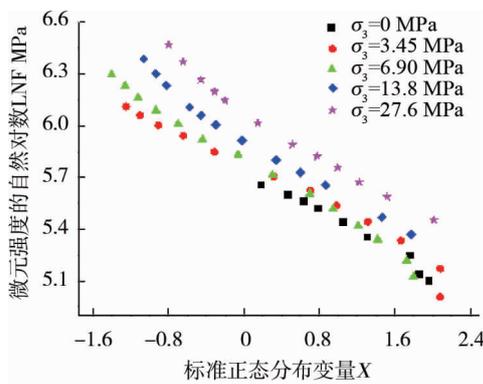


图 1 不同围压下 X 与 Y 的散点图

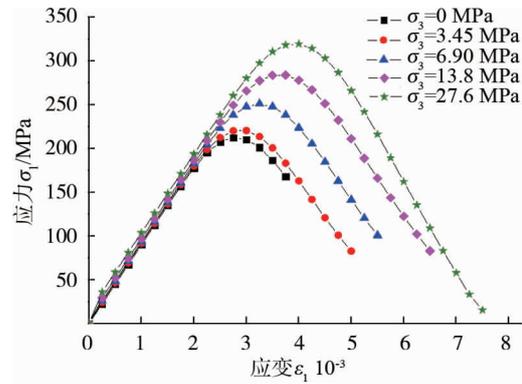


图 2 不同围压下三轴试验的拟合曲线

表 1 三轴试验曲线拟合参数值表

围压 σ_3 /MPa	S_0	F_0 /MPa	相关系数
0.00	0.311 2	5.751 0	0.979 2
3.45	0.320 7	5.756 7	0.932 9
6.90	0.326 1	5.863 0	0.996 7
13.80	0.340 4	5.944 5	0.985 4
27.60	0.351 3	6.111 2	0.986 2

2 岩石统计损伤本构模型的修正

2.1 参数 F_0 与 S_0 对模型的影响

为了探讨 F_0 与 S_0 对岩石统计损伤本构模型的影响,文章选用上述实验数据中围压为 6.9 MPa 时进行分析,分析时保持其它参数不变. F_0 对模型的影响见图 3, S_0 对模型的影响见图 4.

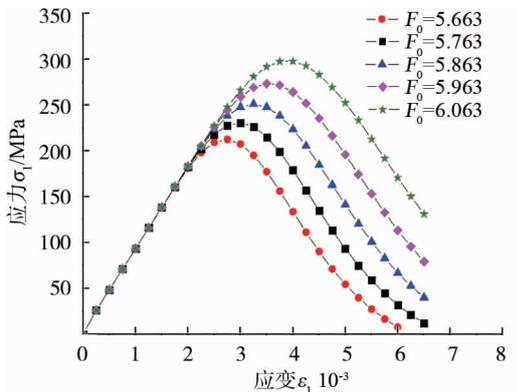


图 3 F_0 与岩石损伤本构模型的关系曲线

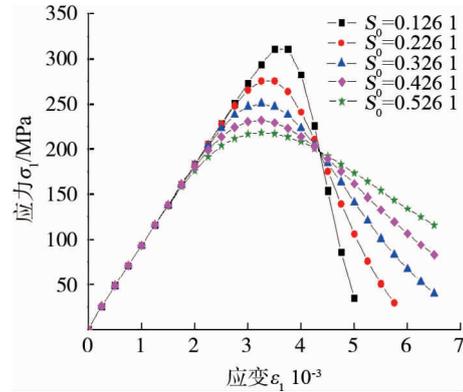


图 4 S_0 与岩石损伤本构模型的关系曲线

从上图可以得出如下结论:参数 F_0 与损伤本构模型曲线的峰值强度有关, F_0 越大峰值强度越大,但对峰值强度前的弹性变形没有任何影响.参数 S_0 与损伤本构模型峰后曲线斜率和峰值强度均有关, S_0 越大峰后曲线越缓,表明岩石峰后破裂速度越慢,延性增强, S_0 越小峰后曲线越陡,表明岩石峰后破裂速度越快,脆性增强,同时, S_0 越小峰值强度越大, S_0 越大峰值强度越小,同样 S_0 对峰值强度前的弹性变形没有任何影响.

2.2 参数 F_0 与 S_0 与围压的关系

岩石全应力应变曲线普遍存在峰值强度和峰后曲线随着围压变化而变化^[10],而峰前弹性变形部分并不随围压变化的规律,文章前述参数 F_0 与 S_0 与峰值强度和峰后曲线有一定的关系,同时也不影响曲线峰前弹性变形部分,显然围压与参数 F_0 、 S_0 对岩石全应力应变曲线的影响是相似的,因此,不难看出参数 F_0 、 S_0 与围压之间存在某种联系.

采用表 1 中的数据,以围压为横坐标,分别以参数 S_0 、 F_0 为纵坐标做出图 5 和图 6 的散点图,进行线性拟合得出如下关系式:

$$S_0 = 0.001 4\sigma_3 + 0.315 3; \tag{14}$$

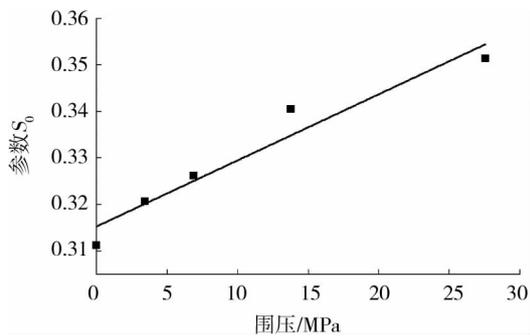
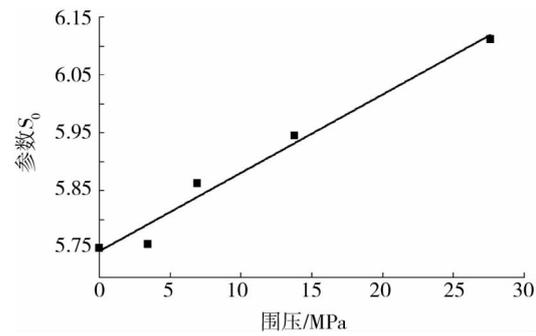
$$F_0 = 0.013 6\sigma_3 + 5.744 9. \tag{15}$$

线性拟合相关系数分别为 0.942 4、0.976 8,将式(14)和式(15)代入式(9)可得岩石三维损伤本构模型修正后的表达式:

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1(1 - D) + \mu(\sigma_2 + \sigma_3) = E\varepsilon_1(1 - \Phi(\frac{\ln F - (0.013 6\sigma_3 + 5.744 9)}{0.001 4\sigma_3 + 0.315 3})) + \mu(\sigma_2 + \sigma_3). \tag{16}$$

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1(1 - \Phi(\frac{\ln F - (A\sigma_3 + B)}{C\sigma_3 + E})) + \mu(\sigma_2 + \sigma_3). \tag{17}$$

式中 A, B, C, E 为材料特性参数, 每种材料一般不相同, 可通过实验获得, 式(17) 为岩石损伤软化本构模型通式.

图 5 参数 S_0 与围压关系曲线图 6 参数 F_0 与围压关系曲线

3 本构模型的 FLAC^{3D} 实现

3.1 模型开发过程及参数

根据前述岩石损伤软化本构模型的原理及实验参数, 采用 FLAC^{3D} 提供的二次开发 udm.zip 软件包, 在 Visual Studio 2005 编译环境下编写动态链接库文件(.dll)实现自定义本构模型^[11,12].

生成本构模型的过程包括: 基类的继承、成员变量及成员函数的定义、模型的注册、模型与 FLAC^{3D} 之间信息交换、模型状态指示器生成. 将 udm.zip 软件包导入 Visual Studio 2005 编译环境下, 修改 ssrmodel.h 和 ssrmodel.cpp 文件, 通过编译连接调试生成 ssrmodel.dll 文件, 将该文件拷贝至 FLAC^{3D} 安装文件下, 通过命令 config ssrmodel 和 model load ssrmodel.dll 将本构模型加载注册到程序中^[13,14].

损伤软化模型参数包括外部输入参数和内部计算中间参数. 外部输入参数: 岩石弹性模量 E , 内摩擦角 φ , 粘聚力 c , 参数 A, B, C, E . 内部计算中间参数: 损伤变量 D . 外部输入弹性模量也可由体积模量和切变模量计算求得.

3.2 模型的实现

岩石损伤软化本构模型计算关键在于求岩石损伤变量 D , $1 - D$ 与微元强度 F 满足标准正态分布关系, 对于每一对有效应力总有一个 F 值与之对应, 由 F 值可计算出新的 D 和新的应变, 如此循环, 直至有效应力满足屈服条件为止, 其计算流程见图 7.

3.3 模型的验证

为了验证 FLAC^{3D} 二次开发出本构模型的正确性, 仍然采用文^[9]的试验数据作为对比数据, 在数值计算中创建圆柱形试样, 直径 5 cm, 高 10 cm, 两端施加压力从 0 开始逐渐增加直至应变达到设定值 6×10^{-6} , 围压设定为 6.90 MPa, 试样力学参数如前文所述, 对比结果见图 8. 由图 8 可以看出数值计算曲线与本构模型理论曲线吻合程度很高, 能够表达试验曲线, 由此验证了模型的正确性. 鉴于文章篇幅所限, 对于其他围压下的验证结果不再列出.

3.4 工程应用

笔者将文章开发的本构模型应用于之前研究的工程实例中进行对比^[13].

3.4.1 工程概况

花岭沟铁矿属于本溪市歪头山矿床的一个矿区, 其中四号矿体地质赋存条件复杂, 空间上四号矿体北部延伸至露天坑附近, 南端深入尾矿库底部, 尾矿初期坝轴线端点坐标为 (41 551 800, 4 593 375 和

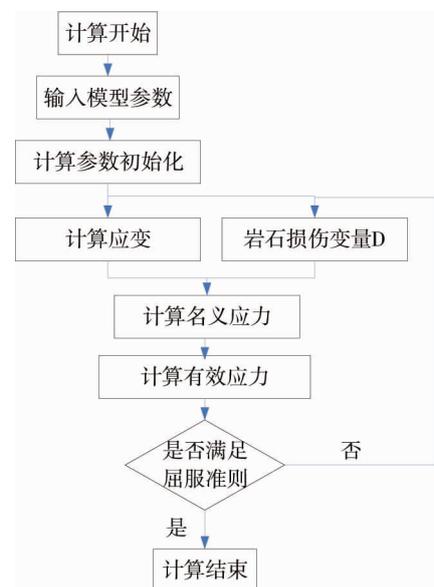


图 7 本构模型计算流程图

41 552 250,4 593 375), 四号矿体埋深标高范围为-490~-60 m.采用无底柱分段崩落法采矿.矿区地层从上至下依次为第四系表土层,厚度为 0.5~20 m,斜长角闪岩地层厚度为 0~30 m,铁矿层和条带状阳起石英岩层延伸数十米.按图 9 中圈定的采矿范围计算采矿后地表尾矿坝体的位移等参数.

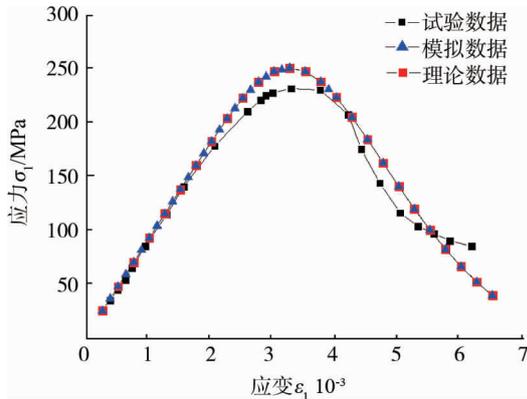


图 8 本构模型校验结果对比图

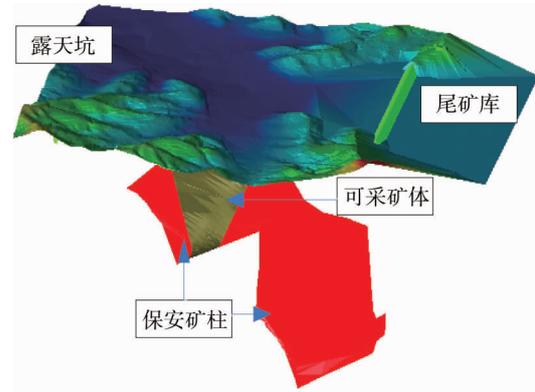


图 9 采矿范围以及地面构筑物关系图

3.4.2 力学参数

四号矿体围岩主要为斜长角闪岩、石英岩,在进行力学计算时,考虑到岩体的各向异性以及裂隙、节理等弱面和水的影响,对实验室中获得的力学参数进行折减,折减前各力学参数见表 2,折减方法通常包括 Hoek-Brown 法、弹性波法、M.Georgi 法、经验折减法、费森科法等,根据花岭沟矿区现场地质情况以及相关经验采用 Hoek-Brown 法折减,各折减系数不同,损伤参数通过折减后的基础参数计算获得,折减后的力学参数见表 3.本文重力加速度选为 9.81 m/s².

表 2 矿体及围岩物理力学参数(折减前)

类型	密度/(g/cm ³)	抗拉强度/MPa	切变模量/GPa	体积模量/GPa	内摩擦角/(°)	粘聚力/MPa
铁矿石	3.83	20.21	51.20	39.96	44.60	3.01
第四系	2.70	0.00	0.06	0.10	17.00	6.31
斜长角闪岩	2.70	22.90	28.26	41.05	34.78	24.58
石英岩	2.70	22.45	12.18	15.42	47.15	6.32

表 3 矿体及围岩物理力学参数(折减后)

类型	密度/(g/cm ³)	抗拉强度/MPa	切变模量/GPa	体积模量/GPa	内摩擦角/(°)	粘聚力/MPa	损伤参数 A	损伤参数 B	损伤参数 C	损伤参数 E
铁矿石	3.83	4.50	40.65	31.73	38.00	0.30	0.476 9	-6.423 8	0.197 6	-6.382 4
第四系	2.70	0.00	0.06	0.10	17.00	0.50	0.018 5	5.986 7	0.001 6	0.418 6
斜长角闪岩	2.70	5.10	22.44	32.59	28.82	1.95	0.476 4	-6.300 2	0.168 5	-6.438 5
石英岩	2.70	5.00	9.50	13.21	40.50	0.50	0.486 3	-6.500 1	0.179 4	-6.508 7

3.4.3 计算结果

采用本文开发的损伤本构模型,对四号矿体进行开采模拟,计算过程中监测点仍然选用坝体上的同样位置,图 10 为尾矿坝坝顶轴线处不同位置监测点随东坐标变化时 x,y,z 方向发生的位移分量曲线图.坝体 x 方向位移从西向东依次减小至零后反向并依次增大,最大值为 -5.765×10⁻⁴ m,坝体 y 方向位移均为正值,最大位移发生在东坐标 52 042.5 处,值为 8.674×10⁻⁴ m,坝体 z 方向位移即沉降量均为负值,最大沉降量发生在坐标 52 012.5 处,值为-9.366×10⁻⁴ m.与采用 Mohr-Coulomb 准则计算

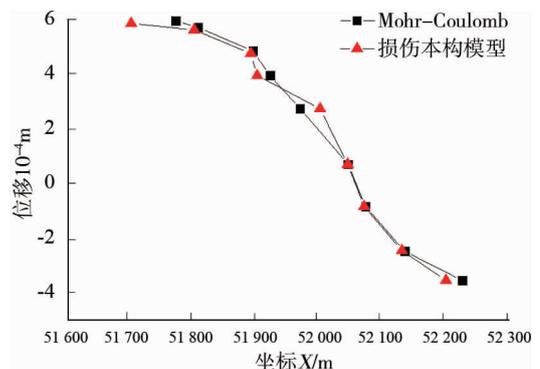


图 10 坝体 X 方向位移比较图

的结果较为吻合,因此,此次工程应用也从另一方面验证了模型的可信性.鉴于文章篇幅所限,对于其他条件下的验证结果不再列出.

4 结论

1) 损伤本构模型能够反应岩石全应力应变曲线,与试验数据较为吻合.

2) 微元强度服从对数正态分布假设,基本不会改变岩石全应力应变曲线峰前段,对峰后段影响较大.

3) 模型参数 F_0 与损伤本构模型全应力应变曲线的峰值强度有关, F_0 越大峰值强度越大. S_0 与峰后曲线斜率和峰值强度均有关, S_0 越大峰后曲线越缓,延性越强, S_0 越小峰后曲线越陡,脆性越强, S_0 越小峰值强度越大, S_0 越大峰值强度越小,同时, F_0 与 S_0 对峰值强度前的弹性变形没有任何影响.

4) 参数 F_0 与 S_0 和围岩压力均成线性关系,从而模型表达式可以表示成为与围压有关的式子,为模型开发提供了方便.

5) 笔者提出的本构模型较符合实际,能够反应岩石破裂的全过程,同时此次研究也为其他自定义本构模型在该软件中开发和工程应用奠定了基础.

参考文献:

- [1] 刘其建,杨林德,曹文贵.岩石统计损伤本构模型及其参数反演[J].岩石力学与工程学报,2005,24(4):616-621.
- [2] 曹文贵,方祖烈,唐学军.岩石损伤软化统计本构模型之研究[J].岩石力学与工程学报,1998,17(6):628-633.
- [3] Krajcinovic, Silvamang. Statistical Damage Aspects of the Continuous Damage Theory[J]. Int J Solids Structures, 1982, 18(7):551-562.
- [4] 唐春安.岩石破裂过程中的灾变[M].北京:煤炭工业出版社,1993.
- [5] 曹文贵,赵明华,刘成学.基于统计损伤理论的摩尔-库仑岩石强度判据修正方法之研究[J].岩石力学与工程学报,2005,24(14):2403-2408.
- [6] 蒋维.岩石统计损伤本构模型与圆形硐室岩爆研究[D].长沙:中南大学,2011.
- [7] Lemaitre J. A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture[J]. J Engng Master Tech, 1985,107(1):83-89.
- [8] 曹文贵,赵明华,刘成学.基于 Weibull 分布的岩石损伤软化模型及其修正方法研究[J].岩石力学与工程学报,2004,23(19):3226-3231.
- [9] 曹文贵,赵明华,刘成学.岩石破裂过程的统计损伤模拟研究[J].岩石力学与工程学报,2003,25(2):184-187.
- [10] 韦立德,徐卫亚,杨春和,等.具有统计损伤的岩石弹塑性本构模型研究[J].岩石力学与工程学报,2004,23(12):1971-1975.
- [11] 蓝航,姚建国,张华兴,等.基于 FLAC^{3D} 的节理岩体采动损伤本构模型的开发及应用[J].岩石力学与工程学报,2008,27(3):572-579.
- [12] 褚卫江,徐卫亚,杨圣奇,等.基于 FLAC^{3D} 岩石粘弹性流变模型的二次开发研究[J].岩土力学,2001,11(27):2005-2010.
- [13] 房智恒,王李管,熊张友.基于 Micromine-FLAC^{3D} 耦合技术的金属矿采动扰动影响分析[J].采矿与安全工程学报,2012,6(29):870-875.
- [14] 杨文东,张强勇,张建国,等.基于 FLAC^{3D} 的改进 Burgers 蠕变损伤模型的二次开发研究[J].岩土力学,2010,6(31):1956-1964.