

基于极限分析法的软岩巷道底板 极限承载力研究

李和志¹, 赵永清², 陈春鸣³

(1. 江西科技学院 土木工程学院, 江西 南昌 330098;

2. 湖南科技学院 土木工程与建设管理系, 湖南 永州 425199; 3. 东莞理工学院 城市学院, 广东 东莞 523419)

摘要: 软岩巷道底板岩体在边墙两侧松动围岩的作用下产生塑性变形是软岩巷道产生底鼓现象的主要原因之一, 底板极限承载力是判断是否发生底鼓的理论依据. 借助极限分析上限法, 在软岩巷道底板塑性区域建立满足力学边界条件的机动场, 推导出底板极限承载力的上限解公式; 运用极限分析下限法, 以屈服条件和平衡方程为基础, 建立静力场推导出底板极限承载力的下限解公式. 所推导出的底板极限承载力上限解、下限解相等, 进而得到软岩巷道底板极限承载力精确解.

关键词: 巷道; 底板; 极限承载力; 极限分析法

中图分类号: TU452 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-9102(2015)02-0031-06

Ultimate bearing capacity of floor of soft rock roadway based on limit analysis method

LI Hezhi¹, ZHAO Yongqing², CHEN Chunming³

(1. School of Civil Engineering, Jiangxi University of Technology, Nanchang 330098, China;

2. School of Civil Engineering, Hunan University of Science and Engineering, Yongzhou 425199, China;

3. Department of City and Environment Science, City College of Dongguan University of Technology, Dongguan 523419, China)

Abstract: One of the main reasons which lead to soft rock roadway to produce floor-heave is that the floor rock produces plastic deformation under the action of the loosen rock. The limit bearing capacity of the floor is the theoretical foundation to judge whether the floor-heave happens or not. This paper builds the maneuvering field that satisfies all conditions of mechanical boundary and the upper bound solution of ultimate bearing capacity of roadway floor, and it is deduced by means of limit analysis upper bound method. On the basis of the yield condition and equations of equilibrium, this paper also builds a statically admissible stress field and the lower solution of ultimate bearing capacity of roadway floor by the lower bound limit analysis. The upper bound solution and the lower solution of ultimate bearing capacity of roadway floor which have been deduced are equal, and then it gets the floor of the exact solution of soft rock roadway limit bearing capacity.

Key words: roadway; floor; ultimate bearing capacity; limit analysis method

巷道顶底板和两帮岩体变形并向巷道内移动, 底板向上隆起的现象称之为底鼓^[1]. 软岩巷道底板岩体在边墙两侧松动围岩的作用下产生塑性变形是软岩巷道产生底鼓现象的主要原因之一. 软岩巷道底板极限承载力是判断软岩巷道是否发生底鼓的理论依据: 当作用于底板的荷载大于其极限承载力时, 底板岩体进入塑性流动状态进而产生底鼓现象.

收稿日期: 2014-12-16

基金项目: 江西科技学院自然科学研究资助项目(ZR14YB08); 江西省科技计划资助项目(20123BBG70180); 湖南省教育厅资助项目(12K103)

通信作者: 李和志(1985-), 男, 湖南双峰人, 讲师, 研究方向: 边坡工程及地基基础. E-mail: lihezhi3301@qq.com

钟新谷^[2-4]利用岩土塑性力学理论中的滑移线法分析了松软围岩巷道产生底鼓机理,推导出底板极限承载力公式,提出底板角锚杆防治底鼓的方法,确定了锚杆的支护参数.从极限分析理论来看,滑移线法所求出的极限荷载解既没有证明符合上限定理,也没有证明符合下限定理,故不能认为是上限解,也不能认为是下限解.所以滑移法解不一定是精确解.

极限分析方法是以上限定理为理论依据的稳定性分析方法,由上限定理通过构筑运动许可的速度场界定真实解的上限,由下限定理通过构筑全局静力许可的应力场界定真实解的下限,从而限定真实解的严格范围^[5].

本文借助上限定理极限分析法,在底板塑性区域建立满足力学边界条件的机动场,推导出底板极限承载力的上限解公式;运用下限定理极限分析法,以屈服条件和平衡方程为基础,建立静力场,推导出底板极限承载力的下限解公式.所推导出的底板极限承载力上限解、下限解相等,且与已有研究成果——底板极限承载力滑移线解的公式一致,进而得到松软巷道底板极限承载力精确解.

1 上限定理极限分析法

为便于分析,认为底板岩体为均质库伦-莫尔材料且不考虑其自重,忽略松动围岩与底板在水平方向的摩擦力.将巷道松动围岩作用于底板的压力简化为条形荷载,则巷道底板相当于承受承受条形荷载的地基.

上限定理就是假定的破坏机构的外荷载所做的功(率)大于其内部能量的损耗(率),则土(岩)体不能承受所施加的荷载.对于一有效破坏机构,令外力做的功(率)等于内功(率),则可求出极限荷载的一个不安全上限^[6].运用上限定理求解极限荷载上限的方法是:建立机动场,根据虚功率原理求解上限解.

当巷道底板岩体应力状态达到或超过库伦-莫尔屈服条件,底板岩体进入塑性流动状态.在底板岩层处建立 Prandtl 机动场,如图 1 所示.

ABC 区,DEF 区,BDG 区为均匀速度场,BCG 区,DGF 区为非均匀速度场^[7].ACGF E 为刚塑性区分界线,故 AC,CG,GF,EF 均为速度间断线.

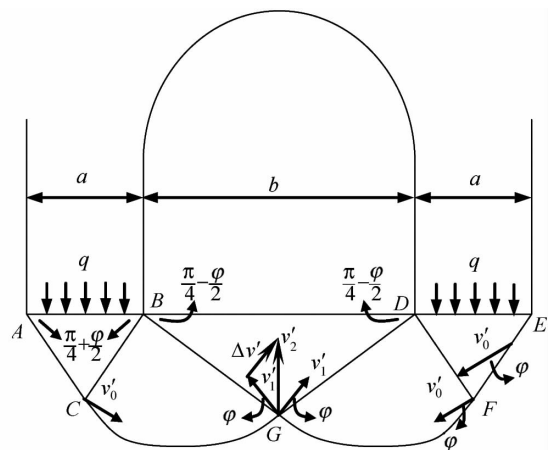


图 1 普朗特利机动场

先分析 DEF 区. DEF 区为均匀速度场,速度用 v'_0 表示. EF 为速度间断线,EF 左侧速度为 v'_0 ,右侧速度为零,故质点通过 EF 速度的改变即为 v'_0 .而质点从一个速度区域穿过间断线进入到另一个速度区时,速度改变 Δv 方向与速度间断线成 φ 角^[8].由图 1 可知 $\angle DEF = \pi/2 - \varphi$,而 v'_0 与 EF 边成 φ 角,所以 v'_0 垂直于 EF 边.所以 ABC 区、DEF 区在上部松动围岩作用下分别垂直 BC、DF 边运动,速度大小为 v'_0 .

再分析变形楔体 DGF.将 DGF 分成 n 个刚体三角形,则每个刚体三角形的顶角为 $\Delta\theta = \frac{\theta}{n}$,其中 $\angle GDF = \theta$,如图 2 所示.图中 $v_0, v_1, v_2 \dots v_n$ 表示相对应的刚体三角形的速度. GF 为速度间断线,当 $\Delta\theta$ 足够小时, $v_0, v_1, v_2 \dots v_n$ 必垂直 DF, DJ, DK, DL...DM.故变形楔体 DGF, ABC 分别绕 D 点与 B 点转动.

建立图 3 的几何关系图. Δv 表示速度在速度间断线处的改变量.

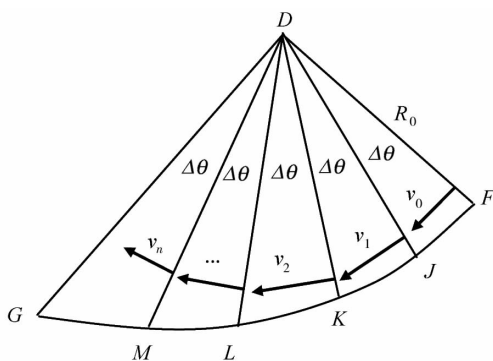


图 2 变形楔体

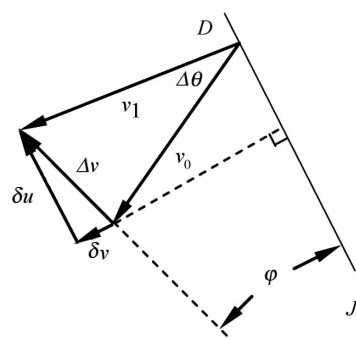


图 3 速度图

δu 与 δv 表示 Δv 在 DJ 方向和 DJ 垂直方向上的分量. 当 $\Delta\theta$ 足够小时, 有:

$$v_1 = v_0 + \delta v; \quad (1)$$

$$\delta u = v_0 \Delta\theta. \quad (2)$$

而在 $\delta u, \delta v$ 与 Δv 组成的三角形内, 有:

$$\delta v = \delta u \tan\varphi. \quad (3)$$

综合式(2) ~ 式(4), 可得:

$$v_1 = v_0(1 + \Delta\theta \tan\varphi). \quad (4)$$

同理可得:

$$v_2 = v_1(1 + \Delta\theta \tan\varphi). \quad (5)$$

依次类推可得:

$$v_n = v_{n-1}(1 + \Delta\theta \tan\varphi). \quad (6)$$

则第 n 个刚体三角形的速度可表示为

$$v_n = v_0(1 + \Delta\theta \tan\varphi)^n. \quad (7)$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, 有:

$$v = \lim_{n \rightarrow \infty} v_0(1 + \frac{\theta \tan\varphi}{n})^n = v_0 \exp(\theta \tan\varphi). \quad (8)$$

式中, v : 角度为 θ 时的速度.

根据上述结论, 可以求出图 1 中边界 DG 在其右侧的速度 $v'_1, \theta = \frac{\pi}{2}$, 即:

$$v'_1 = v'_0 \exp(\frac{\pi}{2} \tan\varphi). \quad (9)$$

最后分析 BDG 区. BDG 区为均匀速度区, 其速度为 DG 边右侧速度与 BG 边左侧速度的合速度 v'_2 , 方向竖直向上, 大小为

$$v'_2 = 2v'_0 \exp(\frac{\pi}{2} \tan\varphi) \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}). \quad (10)$$

DG, BG 边均为间断线. 在 DG, BG 边速度的改变与 v'_2 大小相等.

对于 Coulomb 材料, 在长度为 l 的速度间断面内的能量消散率为^[8]

$$W = cl\Delta v \cos\varphi. \quad (11)$$

式中, $\Delta v \cos\varphi$ 为速度改变在间断面的分量.

在间断线 EF 上, 位移速度为 v'_0 , 其长度 l_{EF} , 根据图 1 中的几何关系可求出:

$$l_{EF} = \frac{a}{2\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})}. \quad (12)$$

则在间断线 EF 上的能量消散率:

$$W_{EF} = \frac{a}{2\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})} cv'_0 \cos\varphi. \quad (13)$$

同理可得到间断线 DG 上的能量消散率:

$$W_{DG} = \frac{acv'_0 \cos\varphi \exp(\pi \tan\varphi)}{2\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})}. \quad (14)$$

变形楔体 DGF 的能量消散率是速度间断面 GF 上的能量消散率与变形区 DGF 能量消散率之和. 变形楔体 DGF 上对数螺旋线 GF 为速度间断线. 沿对数螺旋面上的能量消散率公式与楔体变形区能量消散率公式均为^[9]

$$W = \frac{1}{2} cv_0 R_0 \cot\varphi [\exp(2\theta \tan\varphi) - 1]. \quad (15)$$

式中符号所表示的含义, 见图 2. 则 DGF 在变形区 DGF 和速度间断面 GF 的总能量消散率为

$$W_{GF, DGF} = \frac{acv'_0 \cot \varphi}{2 \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})} [\exp(\pi \tan \varphi) - 1]. \tag{16}$$

由于机动场具有对称性,故在间断线 AC, BG 上的能量消散率 W_{AC}, W_{BG} , 变形楔体 BCG 的能量消散率 $W_{BG, BCG}$ 满足:

$$W_{AC} = W_{EF} \quad W_{DG} = W_{BG} \quad W_{BG, BCG} = W_{DG, DFG} \tag{17}$$

外力 q 做的功率为

$$W_{外} = qav'_0 \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}). \tag{18}$$

虚功(率)原理表明:对于一个连续的变形体来说,静力容许的应力场在机动容许的位移场上所作外(虚)功(率)等于内(虚)功(率)^[65]. 所以有:

$$W_{内} = W_{EF} + W_{AC} + W_{DG} + W_{BG} + W_{GF, DGF} + W_{GC, BCG}. \tag{19}$$

综合式(13)和式(14)以及式(16)~式(19),可求得隧道底板所能承受的极限承载力的上限解:

$$q^+ = c \cot \varphi [\exp(\pi \tan \varphi) \tan^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) - 1]. \tag{20}$$

2 极限分析下限法

下限定理的表述为:当在屈服点以下可以找出符合应力边界条件的应力平衡状态,外荷载可由弹塑(刚塑)性材料构成的稳定的物体来承受而不产生破坏. 运用上限定理求解极限荷载下限的方法是:以屈服条件与平衡方程为基础,建立一静力场,再求出相应的荷载,即极限荷载下限解.

在 DFG 区建立由 n 条应力杆构成的应力场,相邻应力杆的夹角为 $\Delta\theta = \frac{\theta}{n}$,其中 $\angle GDF = \theta$,如图 4 所示. 则相当于在底板 $BDEFG$ 区域建立了由一水平杆与 n 条斜向的应力杆的构成应力场. 图 4 中 $N_1, N_2, N_3, N_4, \dots, N_n$ 为相对应的应力杆杆号的轴向压应力.

单根杆 N 满足屈服条件,可由图 5 求出:

$$N = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = 2c \tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}). \tag{21}$$

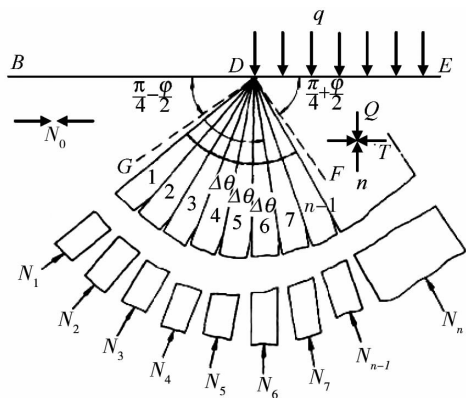


图 4 物理平面

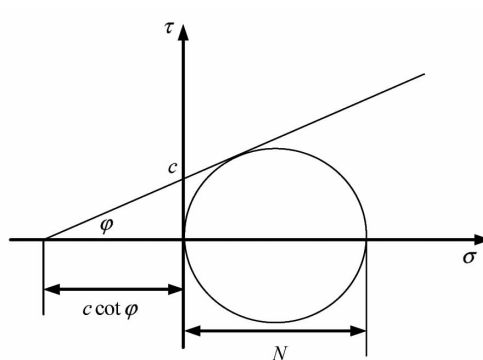


图 5 轴向压应力的 Mohr - coulomb 屈服条件

在应力杆中引入符号:

$$P = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad S = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3). \tag{22}$$

式中, P :屈服时的平均应力(均匀静水压力); S :屈服时的偏应力(平面内的最大剪力).

P, S 的关系可由莫尔 - 库伦条件求出,见图 6.

$$S = c \cos \varphi + P \sin \varphi. \tag{23}$$

两应力场叠加原理^[8]:静水压力叠加为代数和,剪应力叠加为向量和,且两剪应力的夹角为两应力场主应力夹角的二倍. 由两应力场叠加原理可作出 n 条应力杆的应力矢量图,如图 7 所示. 图中 $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, \dots, S_n$ 表示相对应的应力杆屈服时未叠加区域的偏应力. S'_0 表示在 BDG 区水平应力杆屈服时未叠加区域的偏应力. S'_1 表示水平杆和 1 号杆在叠加区域屈服时的偏应力, S'_2 表示水平杆、1 号杆、2 号杆叠

加区域在屈服时的偏应力, S'_3 表示水平杆、1号杆、2号杆、3号杆叠加区域屈服时的偏应力, 依次类推可知 $S'_4, S'_5, S'_6, \dots, S'_n$ 所表示的含义.

根据两应力场叠加原理, 结合图7, 有:

$$\begin{cases} S'_1 = S'_0 + S_1 \\ \dots \\ S'_n = S'_{n-1} + S_{n-1} \end{cases} \quad (24)$$

如图8, 当 $\Delta\theta$ 在足够小的情况下, 存在:

$$S'_1 = S'_0 + D_1 D_2; \quad (25)$$

$$D_1 D_2 = \tan\varphi D_1 D_3; \quad (26)$$

$$D_1 D_3 = 2\Delta\theta S'_0. \quad (27)$$

综合式(25) ~ 式(27), 得:

$$S'_1 = S'_0 (1 + 2\Delta\theta \tan\varphi). \quad (28)$$

同理可得:

$$\begin{cases} S'_2 = S'_1 (1 + 2\Delta\theta \tan\varphi) \\ S'_3 = S'_2 (1 + 2\Delta\theta \tan\varphi) \\ \dots \\ S'_n = S'_{n-1} (1 + 2\Delta\theta \tan\varphi) \end{cases} \quad (29)$$

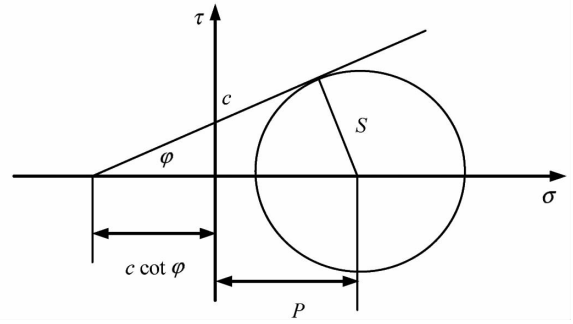


图6 Mohr - coulomb 屈服条件

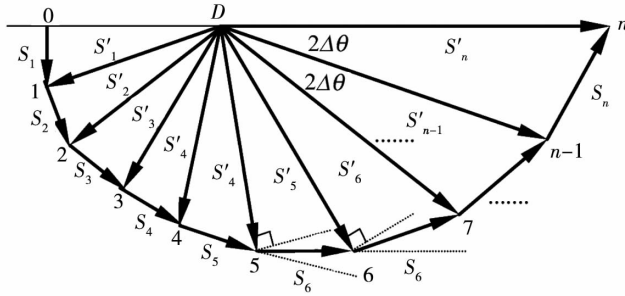


图7 应力平面

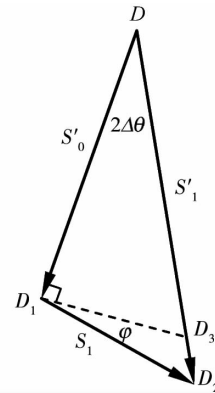


图8 应力图

综合式(28) 和式(29), 得:

$$S'_n = S'_0 (1 + 2\Delta\theta \tan\varphi)^n. \quad (30)$$

当 n 趋向于无穷大时, 有

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S'_0 (1 + 2\Delta\theta \tan\varphi)^n = c \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \exp(2\theta \tan\varphi). \quad (31)$$

通过取极限, 图7 所示的应力图逐渐趋近于半对数螺线.

将式(31) 代入式(23) 可得:

$$P = \frac{c \cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \exp(2\theta \tan\varphi) - c \cot\varphi. \quad (32)$$

由此可得 DEF 区的竖向应力 σ_v 为

$$\sigma_v = (P + S) \Big|_{\theta = \frac{\pi}{2}} = c \cot\varphi \left[\exp(\pi \tan\varphi) \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - 1 \right]. \quad (33)$$

于是得到底板极限承载力下限解:

$$q^- = c \cot\varphi \left[\exp(\pi \tan\varphi) \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - 1 \right]. \quad (34)$$

3 极限承载力精确解

应用极限分析上限法可得到极限荷载上限解 P^+ , 应用下限定理极限分析法可得到极限荷载的下限解

P^- . 精确解记为 P_u , 则有:

$$P^- \leq P_u \leq P^+ \quad (35)$$

求得的下限解与上限解相等时, 可得精确解^[8]:

$$P_u = P^- = P^+ \quad (36)$$

本文求出的软岩巷道底板极限承载力上限解、下限解满足:

$$q^+ = q^- = ccot\varphi [\exp(\pi\tan\varphi)\tan^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) - 1] \quad (37)$$

文献[2]中所推导的软岩巷道底板极限承载力 q (滑移线解) 为

$$q = ccot\varphi [\exp(\pi\tan\varphi)\tan^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) - 1] \quad (38)$$

综合以上分析, 可得软岩巷道底板极限承载力精确解 q_u 为

$$q_u = ccot\varphi [\exp(\pi\tan\varphi)\tan^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) - 1] \quad (39)$$

q_u 为判断软岩巷道是否会发生底鼓的理论判断依据, 即当传递到底板的松动围岩的静水压力 γH (γ 为围岩容重, H 为松动围岩高度) 大于底板极限承载力 q_u 时, 则底板岩体将产生塑性变形, 进而发生底鼓现象.

4 算例

本文采用文献[7]中研究的 YK38 + 320 断面作为算例, 此断面埋深为 114 m, 围岩为泥质粉砂岩, 考虑开挖爆破影响的岩体部分力学参数为弹性模量 0.67 GPa; 容重 25.0 kN/m³; 粘聚力 0.123 MPa; 内摩擦角 19°; 岩石坚固系数 0.2. 将隧道断面简化为常见的直墙半圆拱断面. 隧道高 $h = 8.5$ m, 隧道宽 $b = 10.5$ m.

将底板围岩的力学参数代入式(39)可得出底板极限承载力 $q_u = 1\,712.7$ kPa. 根据文献[7]求出隧道底板以上松动围岩的高度 $H = 73.2$ m. 松动围岩由两帮传递到隧道底板的作用力 $\gamma H = 1\,829.2$ Pa. 松动围岩由两帮传递到隧道底板的作用力 γH 与底板自身极限承载力 q_u 的差值 $\Delta P = \gamma H - q = 116.5$ kPa > 0 , 即底板围岩将失稳, 需采取措施进行支护.

5 结论

1) 应用极限分析上限法, 在底板塑性区域建立满足力学边界条件的机动场, 推导出底板极限承载力的上限解公式.

2) 应用极限分析下限法, 以屈服条件和平衡方程为基础, 建立静力场, 推导出底板极限承载力的下限解公式.

3) 所推导出的底板极限承载力上限解、下限解相等, 进而得出软岩巷道底板极限承载力精确解.

参考文献:

- [1] 姜耀东, 赵毅鑫, 刘文岗, 等. 深部开采中巷道底鼓问题的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(14): 2396 - 2401.
- [2] 钟新谷. 锚杆防治软岩巷道底鼓的分析[J]. 力学与实践, 1994, 16(4): 37 - 40.
- [3] 钟新谷. 软岩巷道底鼓机理与支护对策分析[C]//煤炭工业部科技教育司. 煤炭高等院校青年科学基金学术研讨会论文集. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1995: 206 - 211.
- [4] 钟新谷, 徐虎. 管缝式锚杆防治软岩巷道底鼓的试验研究[J]. 岩土力学, 1996, 17(1): 16 - 21.
- [5] 秦会来, 黄茂松, 马少坤. 黏土基坑抗隆起稳定分析的多块体上限解[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(1): 73 - 81.
- [6] 陈惠发. 极限分析与土体塑性[M]. 詹世斌, 译. 北京: 人民交通出版社, 1995: 28 - 64.
- [7] 李和志. 软岩隧道底鼓机理分析及防治技术研究[D]. 湘潭: 湖南科技大学, 2012.
- [8] 龚晓南. 土塑性力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999: 325 - 367.
- [9] 郑颖人, 龚晓南. 岩土塑性力学基础[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989: 223 - 290.