

圆柱体轴向点荷载加载破坏机理

王亮, 马宗武, 毛小虎

(马钢(集团)控股有限公司 姑山矿业公司, 安徽 马鞍山 243181)

摘要:以弹性力学中布西内斯克问题为基础,分析圆柱体轴向点荷载在加荷轴上的应力分布情况.结合脆断破坏强度理论,研究了圆柱体轴向点荷载试验试件的破坏原因与破坏过程.研究表明,圆柱体轴向点荷载试验的破坏主要是由于与加荷锥接触的试件的表面在压应力与拉应力的共同下,材料的拉应变达到破坏极限,最先于试件表面处发生拉断破坏;表面的破坏口导致应力集中,并且以裂纹的形式快速向深部扩展;当上下扩展裂纹相遇时,岩石的破坏面便完全产生.

关键词:布西内斯克问题;轴向点荷载试验;破坏机理

中图分类号:TU45 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-9102(2015)01-0069-07

Research on failure mechanism of cylinder axial load

WANG Liang, MA Zongwu, MAO Xiaohu

(Gushan Mining Co. Ltd, Ma'anshan Iron & Steel Group Corporation, Ma'anshan 243181, China)

Abstract: Based on boussinesq problem of elasticity mechanics, the axial stress of point load test is analyzed. Combined with the brittle fracture strength theory, failure cause and failure process of the axial stress of point load test are studied. Results show that, rock sample surface contacts with indenters under the interaction of compressive stress and tensile stress, tensile strain reaches its limit, and then tensile failure forms firstly near the indenters. After undergoing the partial failure, the stress concentration occurs rapidly, and is transferred to the deep part of rock sample by cracks. When the two cracks get across, rock sample will fail completely.

Key words: boussinesq problem; the axial stress of point load test; failure mechanism

岩石强度作为岩石最基本的力学属性,是涉及岩石的工程建筑设计的主要技术参数之一.受限于常规岩石力学试验的取样难度、试件尺寸、试验的环境设备等因素,岩石强度的测定工作往往是一大难题^[1-3].

点荷载试验其仪器小型轻便,并可用不规则岩块进行试验,为在工程实地开展岩石力学试验开辟了新路径.国际岩石力学协会已分别于1972年制定和1985年修订了《测定点荷载强度的建议方法》,正式将点荷载试验作为测定岩石强度的推荐方法之一,并推广将点荷载试验的测试技术应用于生产实践^[4-6].点荷载试验方法就是将试样置于2个球形圆锥状压板之间,对试样施加集中荷载,直至试样破坏,然后由破坏荷载峰值结合试样尺寸计算出试样的点荷载强度值^[7,8].对于圆柱体试样,根据加载方向的不同,主要分为轴向加载与径向加载2种方式.

本文拟分析点荷载轴向试验加荷轴上的应力分布情况,并结合岩石强度破坏理论,探讨点荷载轴向试验破坏机理.

1 加荷轴的应力分析

设圆柱体的半径为 a , 高径比为 1:1, 如图 1 所示.

布西内斯克问题半无限体表面受到法向集中力 F 的作用^[2], 其内部的应力分量分别为

$$\begin{cases} \sigma_{\rho} = -\frac{F}{2\pi r^2} \left[-\frac{3\rho^2 z}{r^3} + \frac{(1-2\mu)r}{r+z} \right]; \\ \sigma_{\varphi} = -\frac{(1-2\mu)F}{2\pi r^2} \left(\frac{z}{r} - \frac{r}{r+z} \right); \\ \sigma_z = \frac{3Fz^3}{2\pi r^5}; \\ \tau_{\rho z} = \tau_{z\rho} = \frac{3F\rho z^2}{2\pi r^5}. \end{cases} \quad (1)$$

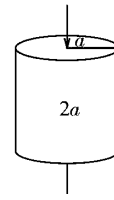


图 1 圆柱体轴向点荷载试验加载

由于这里只关注圆柱体加荷轴上应力的分布情况, 故将 $\rho = 0, r = z$ 带入(1)式, 则可获得半无限平面法向集中力 F 所在轴上的应力分别为

$$\begin{cases} \sigma_{\rho} = \sigma_{\varphi} = -\frac{F}{2\pi z^2} \frac{1-2\mu}{2}; \\ \sigma_z = \frac{3F}{2\pi z^2}; \\ \tau_{\rho z} = \tau_{z\rho} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

根据式(2), 沿着集中力 F 方向加荷轴为压应力, 由 σ_z 提供; 垂直加荷轴方向为拉应力, 由 σ_{ρ} 与 σ_{φ} 共同提供, 且二者相互垂直. 故半无限体表面受法向集中力 F 作用, 其加荷轴上任一点的拉应力与压应力分别为

$$\begin{cases} \sigma_{\text{压}} = \sigma_z = \frac{3F}{2\pi z^2}; \\ \sigma_{\text{拉}} = -\sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\varphi}^2} = -\frac{F}{2\pi z^2} \frac{1-2\mu}{\sqrt{2}}. \end{cases} \quad (3)$$

对于圆柱体轴向点荷载试验, 试件上下同时受到一对大小相等的压应力 F , 因此加荷轴上任一点均同时受到上下 2 个力的影响. 并且根据圣维南原理, 这对力的作用范围是有限的, 在此忽略圆柱体边界的影响. 以加荷轴中点为原点, 加荷轴为竖轴, 横轴表示对应竖轴坐标处所受应力大小, 建立直角坐标系, 根据式(3)对上下 2 个压应力 F 在加荷轴上所产生的应力进行叠加, 得到加荷轴上的某点 z 处所受拉压应力分别为

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{压}} &= \frac{3F}{2\pi(a-z)^2} + \frac{3F}{2\pi(a+z)^2} = \frac{3F}{2\pi} \left[\frac{1}{(a-z)^2} + \frac{1}{(a+z)^2} \right] = \\ &\quad \frac{3F}{2\pi a^2} \left[\frac{a^2}{(a-z)^2} + \frac{a^2}{(a+z)^2} \right]; \\ \sigma_{\text{拉}} &= -\frac{F}{2\pi(a-z)^2} \frac{1-2\mu}{\sqrt{2}} - \frac{F}{2\pi(a+z)^2} \frac{1-2\mu}{\sqrt{2}} = -\frac{F}{2\pi} \frac{1-2\mu}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{(a-z)^2} + \frac{1}{(a+z)^2} \right] = \\ &\quad -\frac{F}{2\pi a^2} \frac{1-2\mu}{\sqrt{2}} \left[\frac{a^2}{(a-z)^2} + \frac{a^2}{(a+z)^2} \right]. \end{aligned}$$

由上述公式, 分析圆柱体轴向点荷载加荷轴上拉应力与压应力分布情况. 根据常见岩石材料的泊松比的取值, 且泊松比 μ 与泊松数 m 互为倒数, 材料的泊松数 m 分别取值 3 和 5 时, 作出加荷轴上的应力分布状态, 竖轴坐标刻度为对应点的坐标值 z 与 a 的比值, 横轴坐标刻度以 $\frac{F}{2\pi a^2}$ 为单位, 其结果如图 2 所示.

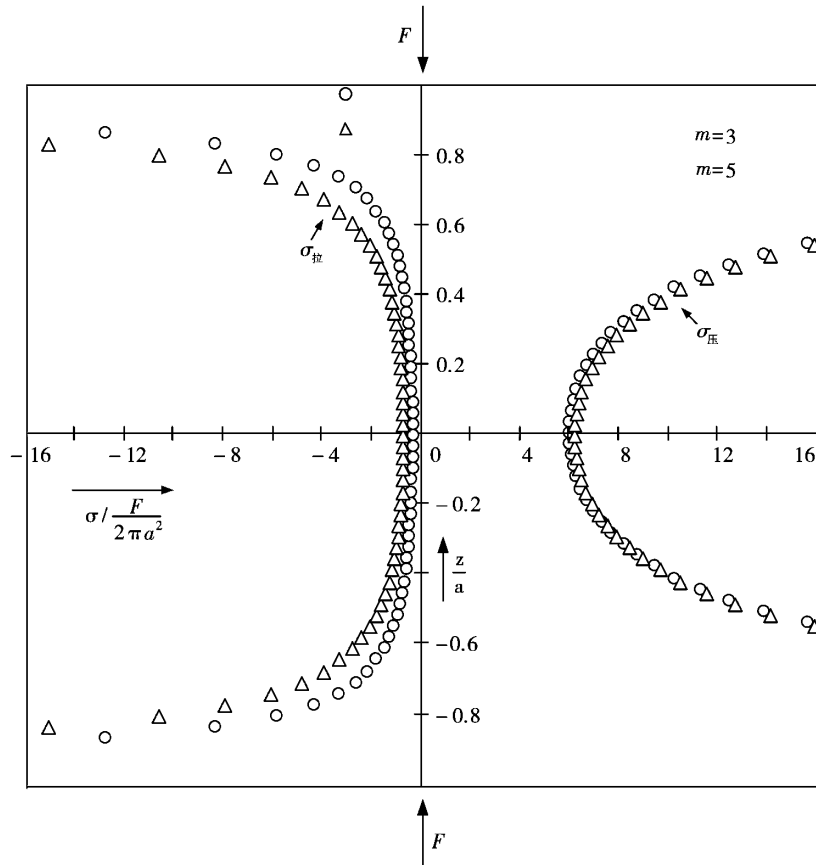


图 2 圆柱体轴向点荷载试验加载轴上应力

从图 2 可以看出:

- 1) 沿加荷轴的拉应力 $\sigma_{拉}$ 与压应力 $\sigma_{压}$ 从中心往两侧有加荷点呈现单调递增的趋势;
- 2) 加荷轴上任一点在数值上压应力 $\sigma_{压}$ 是拉应力 $\sigma_{拉}$ 的 $\frac{3\sqrt{2}}{1-2\mu}$ 倍;
- 3) 压应力 $\sigma_{压}$ 与材料泊松数 m 无关,而拉应力 $\sigma_{拉}$ 随着材料泊松数 m 的增大而增大.

2 破坏过程分析

根据脆断破坏强度理论^[9,10]:

- 1) 在 3 个主应力均为拉应力情况下,以其中的最大拉应力 σ_3 是否达到了某一个临界值当作判断岩石是否发生破坏的依据,另外 2 个应力不予以考虑.
- 2) 在拉应力与压应力同时作用时,则以最大的拉应变是否达到某一个限度来判断岩石是否发生断裂,设拉应变为 ϵ_3 ,由于

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E}[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \tag{4}$$

在单向拉伸时,极限强度为 $\sigma_{拉}$,故 $\sigma_3 = -\sigma_{拉}, \sigma_1 = \sigma_2 = 0$,从而有

$$\epsilon_3 = \frac{\sigma_{拉}}{E}; \tag{5}$$

$$\sigma_3 = -[\sigma_{拉} - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \tag{6}$$

σ_3 即为发生断裂所需要的拉应力,当两侧同时存在 σ_1, σ_2 时,在第三方向的应变则相对较大,故而在较小的拉应力下,就会发生拉断.

- 3) 单向压缩也会引起侧向伸张从而导致断裂,这是 $\sigma_1 = \sigma_{压}, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$,故有

$$\varepsilon_3 = -\frac{\mu}{E}\sigma_{\text{压}}, \quad (7)$$

对比式(5)和式(7)可得

$$\frac{\sigma_{\text{压}}}{\sigma_{\text{拉}}} = \frac{1}{\mu}. \quad (8)$$

由于 μ 值一般为介于0.2和0.5之间,结合式(8)可知,脆断抗压强度是抗拉强度的2~5倍.对于岩石来说,这个值明显的偏小,说明岩石中存在着大量的裂隙与弱面,从而大大减弱了岩矿的抗拉强度.

通过前文的分析可知,在轴向点荷载试验中,岩石的加荷轴上同时受到拉应力与压应力的作用.通常该试验岩石的破坏面同时通过试验加载的上下2个压头.与库伦莫尔准则所提出的在某个斜面上的压剪破坏不一致.因此,本文选择通过脆断破坏强度理论对破坏现象原因进行分析.

脆断破坏强度理论是通过判断最大拉应变是否达到某个限度来判断岩石是否断裂.根据圆柱体轴向点荷载加荷轴上应力状态的分析结果,随着加荷锥提供的荷载的增大,加荷轴上的应力也随之增大.而加荷轴上的任一点均同时轴向受压、径向受拉.

其中,压应力值为

$$\sigma_{\text{压}} = \frac{3F}{2\pi a^2} \left[\frac{a^2}{(a-z)^2} + \frac{a^2}{(a+z)^2} \right]; \quad (9)$$

拉应力值为

$$\sigma_{\text{拉}} = -\frac{F}{2\pi a^2} \frac{1-2\mu}{\sqrt{2}} \left[\frac{a^2}{(a-z)^2} + \frac{a^2}{(a+z)^2} \right]. \quad (10)$$

将式(9)和式(10)与脆断破坏强度理论相结合,则对应点处的最大拉应变为

$$\varepsilon = \frac{1}{E}(2\sigma_{\text{拉}} - \mu\sigma_{\text{压}}) = -\frac{F}{2\pi E a^2} [\sqrt{2} + (3-2\sqrt{2})\mu] \left[\frac{a^2}{(a-z)^2} + \frac{a^2}{(a+z)^2} \right]. \quad (11)$$

由式(11)可以得出,在 z 取值 $\pm a$ 处,即上下加荷锥与岩石试件相接触的点上,会产生最大拉应变.

3 试验分析

为了进一步验证前文理论分析结论,本文对取自某矿的细砂岩、粗砂岩和砂质泥岩分别进行15组轴向点荷载试验^[11,12].

细砂岩轴向点荷载试验统计结果见表1,其对应的荷载时间曲线图见图3.

表1 细砂岩轴向点荷载试验数据统计

编号	长度/mm	直径/mm	加载双点间距/mm	采样深度/m	破坏荷载/kN
1-1	42.95	49.55	42.55	838~845	10.01
1-2	40.32	49.5	39.89	838~845	10.91
1-3	36.94	49.44	36.69	555~565	11.61
1-4	40.15	48.04	39.41	596~600	2.72
1-5	22.62	49.10	20.89	521~525	4.11
1-6	16.94	49.06	16.96	848~858	3.66
1-7	35.99	48.86	36.06	473~479	3.77
1-8	27.97	49.21	27.96	473~479	4.22
1-9	27.3	48.82	27.07	473~479	3.49
1-10	29.84	49.37	29.11	493~499	3.77
1-11	49.28	49.44	48.39	838~845	12.90
1-12	51.06	49.45	50.35	838~845	9.41
1-13	30.96	49.41	29.42	492~499	4.22
1-14	51.42	49.44	50.78	492~499	5.16
1-15	52.46	49.51	52.48	492~499	5.47

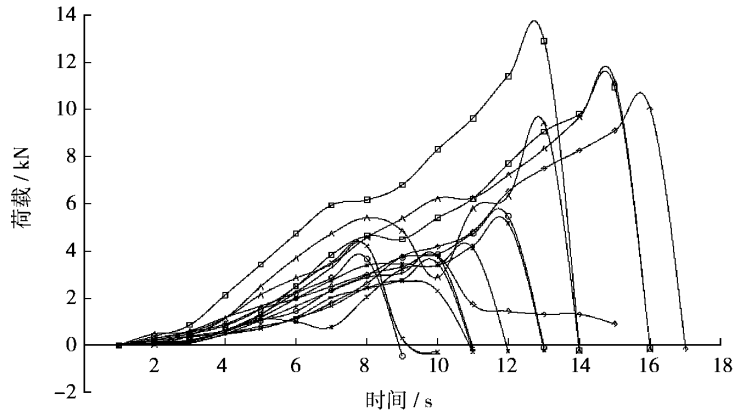


图 3 细砂岩轴向点荷载试验荷载时间曲线

粗砂岩轴向点荷载试验统计结果见表 2,其对应的荷载时间曲线图见图 4.

表 2 粗砂岩轴向点荷载试验数据统计

编号	长度/mm	直径/mm	加载双点间距/mm	采样深度/m	破坏荷载/kN
2-1	51.39	49.24	50.60	314~332	1.22
2-2	42.30	48.90	41.68	314~332	1.01
2-3	36.56	48.01	36.08	219~225	0.66
2-4	41.82	48.38	40.51	255~275	1.88
2-5	26.24	49.15	25.87	314~332	1.71
2-6	56.75	48.70	53.75	192~219	1.53
2-7	47.72	49.30	47.51	332~343	2.82
2-8	36.07	49.29	35.87	395~414	2.27
2-9	47.45	49.05	46.47	395~414	1.99
2-10	47.22	49.07	47.24	395~414	1.32
2-11	44.71	49.15	44.32	383~395	2.51
2-12	42.85	49.24	42.21	383~395	3.17
2-13	44.62	49.2	41.80	383~395	3.21
2-14	56.13	48.97	55.81	192~219	0.94
2-15	50.40	47.85	49.10	192~219	0.91

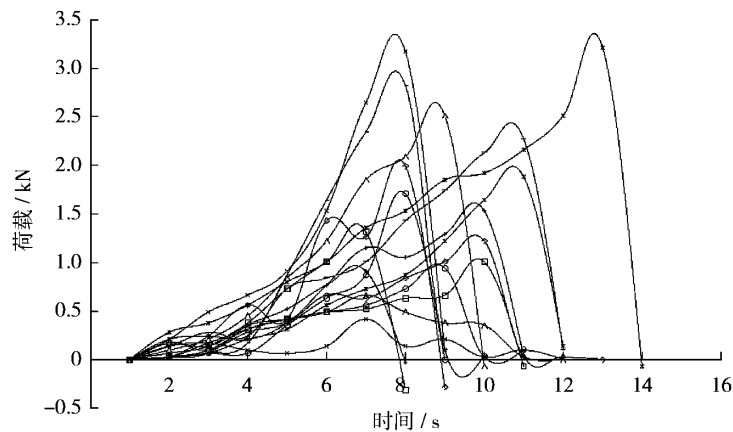


图 4 粗砂岩轴向点荷载试验荷载时间曲线

砂质泥岩轴向点荷载试验统计结果见表 3,其对应的荷载时间曲线图见图 5.

表 3 砂质泥岩轴向点荷载试验数据统计

编号	长度/mm	直径/mm	加载双点间距/mm	采样深度/m	破坏荷载/kN
3-1	31.01	49.62	31.09	532~538	5.02
3-2	36.97	49.37	36.66	594~606	8.79
3-3	43.3	49.47	42.53	567~575	9.34
3-4	21.47	49.32	21.15	567~575	5.19
3-5	52.23	49.32	49.05	701~708	8.58
3-6	48.57	49.42	44.37	701~708	9.41
3-7	36.96	49.49	35.86	701~708	4.81
3-8	34.67	49.31	34.02	567~575	7.50
3-9	29.65	49.42	29.34	567~575	9.34
3-10	36.06	49.36	34.26	555~565	8.99
3-11	42.01	49.28	41.68	613~638	9.13
3-12	51.22	49.46	50.22	613~638	7.70
3-13	38.84	49.67	37.98	613~638	7.84
3-14	50.88	49.82	50.84	596~600	4.22
3-15	54.34	48.25	53.69	596~600	4.25

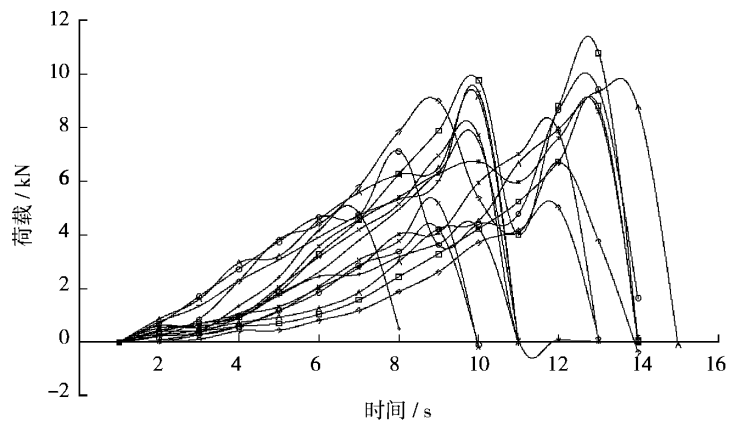


图 5 砂质泥岩轴向点荷载试验荷载时间曲线

通过分析图 3 ~ 图 5 可知,试验中岩石所受荷载随着时间的增加而增大,同种岩性不同岩样岩石之间其轴向点荷载破坏时间和破坏荷载均存在较大差异.在岩样破坏后观察破碎岩样,发现与加荷锥接触处,都存在一个小范围的塑性区,这正是表面处最先发生破坏的体现.

伴随着荷载的增加,岩样内部裂纹两侧的拉应力不断增大,裂纹也随之向内部扩展;当岩样实际厚度缩减到一定程度,无法抵抗劈裂产生的拉应力,岩样便完全破坏.

4 结论

- 1) 试件内部各个点均同时受到拉应力与压应力的作用,且它们的峰值均位于与加荷锥接触的试件表面处.
- 2) 试件破坏的主要因素是试件加荷轴上的拉应变达到破坏极限.而拉应变的峰值点与应力的峰值点相同.

3) 试件压应力的分布与荷载、试件尺寸和点的位置相关,与泊松数、岩性等因素无关;而拉应力的分布与荷载、试件尺寸、点的位置相关和泊松数等因素均相关。

4) 轴向点荷载试验试件的破坏既有压应力的作用,又包含着拉应力的影响。即轴向点荷载强度是对单轴抗压强度与抗拉强度的一个综合反映。因此,由轴向点荷载强度预估单轴抗压强度与抗拉强度具有现实的可行性。

参考文献:

- [1] 李茂兰,钟光宙. 岩石点荷载测试及其应用[M]. 成都:西南交通大学出版社,1994.
- [2] 吴家龙. 弹性力学[M]. 北京:高等教育出版社,2001.
- [3] 付志亮,肖福坤,陈绍杰. 岩石力学试验教程[M]. 北京:化学工业出版社,2011.
- [4] 中国国家标准化管理委员会. GB/T23561. 13 - 2010,煤和岩石物理力学性质测定方法第13部分:煤和岩石点荷载强度指数测定方法[S]北京:中国标准出版,2011.
- [5] 李先炜,白涛. 岩芯径向点荷载试验的研究[J]. 煤炭学报,1982(4):36 - 44.
- [6] 何满潮,谢和平,彭苏萍,等. 深部开采岩体力学研究[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(16):2803 - 2813.
- [7] 王祥厚,李明勇. 点荷载测试几个问题的探讨[J]. 贵州工学院学报,1995,24(3):25 - 29.
- [8] 申培文,赵伏军,赵延林,等. 单轴压缩条件下预制裂纹岩块破碎过程的数值模拟[J]. 矿业工程研究,2010,25(4):12 - 15.
- [9] 宦秉炼. 不规则岩块抗压强度测定新方法及在磨矿中的应用研究[D]. 昆明:昆明理工大学,2000.
- [10] 齐玉俊,侯克鹏,彭国诚. 岩石点荷载强度与标准抗压强度的相关性研究[J]. 矿业研究与开发,2012,32(3):36 - 38.
- [11] 付志亮,王亮. 煤层顶底板岩石点荷载强度与拉压强度对比试验研究[J]. 岩石力学与工程学报,2013,32(1):88 - 96.
- [12] 王亮. 煤层顶底板常见岩石点荷载与拉压强度之间关系的试验研究[D]. 淮南:安徽理工大学,2013.