

瓦斯涌出量的灰色模型预测与曲线拟合预测对比

陈延可, 王社欣, 李嘉豪, 陈芊奇

(江西工业工程职业技术学院 采矿与建筑工程系, 江西 萍乡 337099)

摘要: 为了研究矿井瓦斯涌出量预测的规律, 分析了2种常用预测模型数据的处理方法. 结合顾桥煤矿1116(1)工作面瓦斯涌出量监测数据, 将灰色GM(1,1)模型与曲线拟合方法应用于该工作面瓦斯涌出量的数据处理和预测结果的分析、检验, 精度满足瓦斯涌出量预测要求, 并运用F检验法, 对2种预测结果进行相关性分析, 得出了合理选择灰色GM(1,1)预测模型预测矿井瓦斯涌出量的基本结论.

关键词: 灰色模型; 曲线拟合; 瓦斯涌出量; 预测; F检验法

中图分类号: TD713 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-5876(2014)01-0030-05

Comparative analysis of gas emission prediction based on gray model and curve fitting

CHEN Yanke, WANG Shexin, LI Jiahao, CHEN Qianqi

(Department of Mining and Construction Engineering, Jiangxi Polytechnic College, Pingxiang 337099, China)

Abstract: In order to study the rule of the amount of gas emission prediction, the commonly used methods in deformation monitoring data process are analyzed. Combined with amount of mine gas emission data in Guqiao Coal Mine, gray GM(1,1) model and curve fitting theory are applied to analyze the amount of gas emission prediction of No. 1116(1) working face. The prediction results can be analyzed, verified and proved well. F-test is used to analyze the relativity of the prediction results, and the basic conclusion is drawn to rational selection of prediction model.

Key words: gray model; curve fitting; amount of gas emission; prediction; F-test

矿井瓦斯涌出量预测技术为煤矿开采、通风设计, 瓦斯利用方案选择, 制定预防煤矿瓦斯灾害事故措施等提供科学依据. 受矿井生产技术条件与煤层地质等各耦合因素影响, 矿井瓦斯涌出表现为瓦斯在多孔介质煤体中动态的非线性流动过程, 因此合理准确及时的瓦斯涌出量预测, 掌握该灰色系统变化规律, 对指导矿井通风, 制定有针对性的瓦斯治理措施, 确保煤矿的安全高效生产至关重要. 目前针对瓦斯涌出量通常采用的预测方法^[1,2]有灰色GM(1,1)模型、回归分析、时间序列模型、BP神经网络模型等. 根据灰色灾变预测原理和线性回归适用短期预测的特点, GM(1,1)模型和回归分析

瓦斯涌出量预测中应用广泛^[3]; 对复杂灰色系统的瓦斯涌出量进行预测, 仅仅依靠单一的预测模型对大量的、离散的、随机性的监测数据进行分析处理, 难免会出现各种各样的偏差. 因此本文采用两种预测模型进行比较预测的方法, 并对预测结果运用F检验法相关性分析, 验证2种预测模型在矿井瓦斯涌出量预测应用中的可靠性.

1 灰色模型预测

灰色预测是对具有“小样本”、“贫信息”特点的原始数据列进行处理分析, 对该灰色系统内给定区间内变化的灰色量加以“学习”, 描述给定幅间

区与时区间内变化状态的模糊的随机过程,以上述规律建立灰色模型,发现、掌握系统的运行、演化规律,对系统的发展过程及最终形态进行科学的定量预测. 根据灰色 GM(m,n) 模型,模型精度随着微分方程的阶数增大提高不大;便于计算,模型选择微分方程阶数和序列个数均为 1,即本文采用 GM(1,1) 作为预测模型.

1.1 模型的建立

设某瓦斯监测地点瓦斯涌出量统计数据对象中的各期数据组成的监测数据列为 $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$, 对 $x^{(0)}$ 监测数据各列作一次累加生成, 得新的统计数据列 $x^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$, 其中 $x^{(1)}(i) = \sum_{k=1}^i x^{(0)}(k)$. 对此计算得到的监测数据列建立一阶微分方程: $\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u$, 记为 GM(1,1), 式中: a 为发展系数(控制系数发展态势的大小); u 为灰色作用量(反映资料变化的关系). 上式离散形式为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-ak} + \frac{u}{a}. \quad (1)$$

根据最小二乘原理^[2], 灰色 GM(1,1) 预测模型中的参数向量为

$$\mathbf{A} = [a, u]^T = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_N. \quad (2)$$

式中,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.5(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -0.5(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -0.5(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Y}_N = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}.$$

求出 \mathbf{A} 后将 a, u 2 式代入式(1) 解得 $\hat{x}^{(1)}(k+1)$, 对 $\hat{x}^{(1)}(k+1)$ 作累减生成(IAGO), 还原数据:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^a) \left(x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right) e^{-ak},$$

$$k = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

式(1)和式(3)即为灰色 GM(1,1) 预测的 2 个基本模型^[4,5].

1.2 GM(1,1) 模型的精度

对于 GM(1,1) 模型, 通常采用的精度检验参考依据有残差、后验差、关联度等. 本文采用通用的

后验差方法^[5] 进行精度检验. 后验差方法检验结果是由后验差比值 C 和小误差概率 P 共同描述模型预测的精度. 记原始监测数据列 $x^{(0)}$, 残差数列 e 及其它们的方差 S_1^2, S_2^2 , 则:

$$e(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k), k = 1, 2, \dots, n;$$

$$S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [x^{(0)}(k) - \bar{x}^{(0)}]^2, k = 1, 2, \dots, n;$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [e(k) - \bar{e}]^2, k = 1, 2, \dots, n.$$

$$\text{式中, } \bar{x}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k); \bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e(k).$$

然后计算 $C = \frac{S_2}{S_1}$ 和 $P = \{ |e(k)| < 0.6745 S_1 \}$, C 值越小则说明预测模型精度高, P 值越大则误差较小的概率发生几率越大. 模型精度等级判别式见表 1. 模型精度等级 = max $\{ P$ 所在的等级, C 所在的等级 $\}$.

表 1 模型精度等级

模型精度等级	C	p
一级(良好)	$C \leq 0.35$	$p \geq 0.95$
二级(合格)	$0.35 < C \leq 0.5$	$0.80 \leq p < 0.95$
三级(勉强)	$0.5 < C \leq 0.65$	$0.70 \leq p < 0.80$
四级(不合格)	$0.65 < C$	$p < 0.70$

1.3 灰色预测算例

1116(1) 工作面为顾桥煤矿一水平北翼采区 11-2 煤层第六条带工作面, 工作面采用 U 型通风. 该工作面煤层倾角 $3^\circ \sim 10^\circ$, 平均 5° , 煤层厚度 1.0~3.4 m, 平均 2.6 m. 采用单一走向长壁、区内后退式综合机械化采煤方法, 正常回采期间工作面沿 11-2 煤层顶板回采, 走向长度平均 2 687.9 m, 倾向长度平均 216.4 m, 一次采全高. 本文采用淮南矿业集团顾桥煤矿 1116(1) 在 2012 年 4 月工作面瓦斯涌出量 1~9 期统计基础数据(见表 2), 各数据的计算采用 VS 进行编程计算.

表 2 1116(1) 工作面绝对瓦斯涌出量统计表

期数	绝对瓦斯涌出量 / (m ³ /min)	产量/t	日进尺/m	总余尺/m
4-1	41.51	8 883	5.6	267.9
4-2	45.40	8 708	4.0	263.9
4-3	46.93	6 886	3.5	260.4
4-4	45.93	6 934	3.3	257.1
4-5	47.02	9 630	3.7	253.4
4-6	46.32	5 985	2.6	250.8
4-7	45.81	8 902	3.3	247.5
4-8	47.27	8 653	3.3	244.2
4-9	48.30	7 032	3.7	240.5

预测瓦斯涌出量前,根据数值试验来确定模型的维数^[6].选取 4-1 与 4-9 之间 9 期监测数据,其子数列的维数为 4~8 维,且瓦斯涌出量预测模型至少为 4 维,该 1116(1)工作面瓦斯涌出量预测模型群拟合精度检验残差及残差中误差结果如表 3.

表 3 模型残差及残差中误差

维数	4 维	5 维	6 维	7 维	8 维
第 5 期	0.119				
第 6 期	-0.070	-0.383			
第 7 期	-0.318	-0.377	-0.519		
第 8 期	0.470	0.279	0.479	0.484	
第 9 期	0.425	0.683	0.714	1.072	0.800
残差中误差	0.450	0.520	0.580	0.670	0.670

从上表 3 预测结果精度检验指标可知,当矿井瓦斯涌出量原始数据列维数从 4 维增加到 8 维过程,瓦斯涌出量预测指标残差及残差中误差精度降低,预测精度并不与数据维数正相关.由此得出,预测矿井瓦斯涌出量灰色 GM(1,1)模型维数区域有一最佳值,因此合理判断选择预测矿井瓦斯涌出量模型最佳的维数是确定该预测模型精度的关键.从表 3 数值试验精度结论,当矿井瓦斯涌出量监测数据列其维数等于 4 维,其残差中误差为 0.45,为最小值,此时预测矿井瓦斯涌出量预测模型精度为最高,瓦斯涌出量预测效果相对更好,因此选择矿井瓦斯涌出量模型维数为 4 维.

利用灰色 GM(1,1)系统对该 1116(1)工作面监测时间段的矿井瓦斯涌出量数据进行分析,建立 4 维 GM(1,1)模型进行瓦斯涌出量预测试验,其实测值与预测值比较如表 4.

表 4 实测值与预测值比较

期数	实测值	预测值	残差
4-1	41.51	41.510	0.000
4-2	45.40	45.747	-0.344
4-3	46.93	46.127	0.803
4-4	45.93	46.511	-0.577
4-5	47.02	46.897	0.119
4-6	46.32	46.390	-0.070
4-7	45.81	46.124	-0.318
4-8	47.27	46.796	0.470
4-9	48.30	47.871	0.425

其实测值与预测值比较如图 1.

从不同期数该 1116(1)工作面瓦斯涌出量数据的实测值与预测值比较(见图 1),可知瓦斯涌出量出预测值在实测值相差不大波动的上下波动,该次工作面瓦斯涌出量预测值与实测值间的残差小,

精度满足工作面瓦斯涌出量预测的要求.

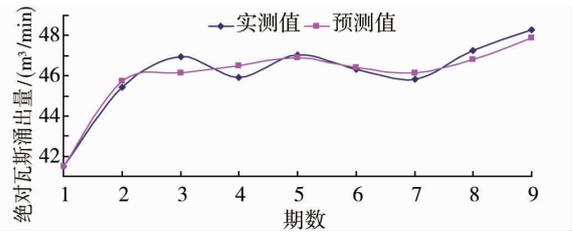


图 1 实测值与预测值比较图

1.4 预测结果比较分析

经计算,灰色 GM(1,1)模型矿井瓦斯涌出量预测后验方差 $C = 0.24$,为一相对小值,小误差概率 P 接近 1.对比模型精度等级表中精度判别因素值得取值区间范围(如表 1),该 1116(1)工作面灰色 GM(1,1)模型瓦斯涌出量预测结果精度为一级(良好),预测结果正确可靠,能够反映矿井瓦斯涌出量的发展态势.

2 曲线拟合预测

曲线拟合方法,是通过预测对象统计资料数据进行分析,推求影响统计数据与预测对象之间相关的、呈线性关系的因素,通过离散数据有限序列的统计数据点 (x_i, y_i) ,最后选取解析函数 $y = f(x)$ 使得其通过或者近似通过所有统计数据点.根据该预测方法特点^[7-9],关键在于掌握统计资料数据自变量 x 和因变量 y 间的线性与非线性关系.对矿井瓦斯涌出量监测数据(如表 2)进行分析,通过对观测期数 x 和瓦斯涌出数据统计值 y 散点图比较分析,本次预测模型采用多项式曲线拟合.

2.1 模型的建立

对于顾桥矿 1116(1)工作面瓦斯涌出量数据,设在某一监测时间的瓦斯涌出量为 y , y 的变化规律是随时间 x 变化的函数.假设:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m.$$

由于多项式曲线拟合推求函数过程,表示函数并不一定通过所有的瓦斯涌出量数据值,所以上式组成方程不会全部为零,即瓦斯涌出量监测数据真实值与预测值函数之间会存在差值 v_i ,取 v_i 为预测误差,则有误差方程:

$$v_i = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m - y_i.$$

令 $V = AX - B$,其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^m \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^m \end{bmatrix};$$

$$X = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}.$$

根据最小二乘原理,关于多项式曲线拟合的参数方程为 $X = [A^T A]^{-1} A^T B$,其中 n 为瓦斯涌出量统计数据监测期数, m 为多项式次数.

2.2 曲线拟合算例

本算例取 $m = 2$ 和 $m = 3$,分别求出系数 $X = [41.7494 \quad 1.4590 \quad -0.0945]^T$ 和 $X =$

$[37.5015 \quad 5.4139 \quad -0.9987 \quad 0.0588]^T$ 后,即得出预测方程 $y = f(x)$,从而得预测方程分别为

$$\hat{y}_{1i} = 41.7494 + 1.4590x_i - 0.0945x_i^2;$$

$$\hat{y}_{2i} = 37.5015 + 5.4139x_i - 0.9987x_i^2 + 0.0588x_i^3.$$

从不同监测数据期数瓦斯涌出量实测值与预测值比较(见表 5)可以看出矿井瓦斯涌出量预测值与实测值相差值小,预测值的残差为相对小值,预测效果良好.

表 5 瓦斯涌出量实测值与预测值比较

期数	原始值 y_i	x_i	三次预测值	三次预测值残差	二次预测值	二次预测值残差
4-1	41.51	1	41.98	0.466	43.11	-1.604
4-2	45.40	2	44.81	0.598	44.29	1.114
4-3	46.93	3	46.34	0.586	45.28	1.654
4-4	45.93	4	46.94	-1.010	46.07	-0.140
4-5	47.02	5	46.96	0.058	46.68	0.333
4-6	46.32	6	46.74	-0.420	47.10	-0.783
4-7	45.81	7	46.64	-0.838	47.33	-1.528
4-8	47.27	8	47.02	0.245	47.38	-0.111
4-9	48.30	9	48.23	0.070	47.23	1.066
			残差平方和	2.886		10.776

2.3 预测结果比较分析

从表 5 的比较结果可得,当多项式为三次时,瓦斯涌出量预测值与实测值的残差平方和 Q 为 2.886,当多项式为二次时,瓦斯涌出量的预测值与实测值残差平方和 Q 为 10.776,根据 Q 越小说明曲线拟合效果越好,故选择残差值小的三次多项式模型作为工作面瓦斯涌出量预测方程. 根据文献[5]公式 $Q = (1 - R^2)S_{yy}$,使用 R 检验法对该拟合模型进行精度分析, $S_{yy} = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2$,计算得 $R = 0.97$. 显著水平 $\alpha = 0.01$,自由度为 5,查相关系数表,得临界值 $R_{0.01} = 0.874$,因 $R = 0.970 > 0.874$,故认为在该预测模型中瓦斯涌出量预测值 y 与统计数据期数 x 之间相关关系特别显著,推求的三次多项式曲线能较好地反映实测矿井瓦斯涌出的客观存在情况.

3 预测模型相关性分析

根据灰色 GM(1,1)模型、三次曲线拟合预测瓦斯涌出量分别用后验差法和 R 检验法检验精度均理想,2 种预测模型预测结果的优劣采用相关性进行对比,2 种预测结果的相关性分析可用 F 法检

验. 设预测模型在瓦斯涌出量预测过程三次曲线拟合预测值的残差为数组 1,灰色 GM(1,1)模型瓦斯涌出量预测值的残差为数组 2,通过对比数组 1 和数组 2 组间离差平方和显著地大于数组 1 和 2 组内离差平方和,则说明数组 1 和数组 2 这 2 组中有一组预测效果相对更好,并且残差平方较小的一组能够更好地反映曲线的实际形态;反之,如果数组 1 和数组 2 组间离差平方和与数组 1 和数组 2 组内离差平方和相比相差不显著,则证明数组 1 和数组 2 这 2 组预测结果都能较好地反映实际矿井瓦斯涌出客观实际情况.

表 6 2 种模型在瓦斯涌出量预测相关性分析

观测期数	原始观测值	GM 预测值	GM 预测残差	三次预测值	三次预测残差
4-1	41.51	41.510	0.000	41.98	0.466
4-2	45.40	45.747	-0.344	44.81	0.598
4-3	46.93	46.127	0.803	46.34	0.586
4-4	45.93	46.511	-0.577	46.94	-1.010
4-5	47.02	46.897	0.119	46.96	0.058
4-6	46.32	46.390	-0.070	46.74	-0.420
4-7	45.81	46.124	-0.318	46.64	-0.838
4-8	47.27	46.796	0.470	47.02	0.245
4-9	48.30	47.871	0.425	48.23	0.070
		残差和	0.507		-0.245

根据表6相关性分析结果,以瓦斯涌出量预测值为例,总和:

$$T_{12} = T_{01} + T_{02} = 1.359;$$

$$S_A = \sum_{j=1}^2 \frac{T_{0j}^2}{9} - \frac{T_{12}^2}{18} = 0.337;$$

$$S_T = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^9 X_{ij}^2 - \frac{T_{12}^2}{18} = 0.756;$$

$$S_E = S_T - S_A = 0.419;$$

$$F = \frac{\frac{S_A}{(2-1)}}{\frac{S_E}{(18-2)}} = 12.870 > F_{0.005(1,16)} = 4.49.$$

经比较数组1和数组2组间离差值可知,2种预测瓦斯涌出量模型预测结果有显著差别,说明2种矿井工作面瓦斯涌出量预测方法所预测结果,精度等级判别在各个模型精度检测方法上精度均较高时,2种预测模型矿井瓦斯涌出量预测结果之间与实际瓦斯涌出量的吻合程度有显著差别,对比相关性分析结果,结合该矿1116(1)工作面监测数据,灰色GM(1,1)模型预测瓦斯涌出量与实际的瓦斯涌出量更符合^[10-12],对动态的反映出采煤工作面瓦斯涌出规律的系统的时变特性描述更为准确,可优先选择该模型作为矿井瓦斯涌出量预测的有效方法。

4 结论

1)通过对瓦斯涌出量监测数据的分析,未对2种模型的相关性对比分析前,应用灰色GM(1,1)模型和曲线拟合对矿井瓦斯涌出量数据预测,在其各自模型精度判别方面表现为精度较高,预测效果缺少进一步分析验证与优选。

2)同时运用2种预测模型,并对预测结果采取模型本身与模型之间的对比分析,避免了单一预测模型在对矿井瓦斯涌出量预测过程可能出现的各种偏差,为煤矿准确的预测预报瓦斯涌出量提供了科学可靠的判别依据。

3)基于大量离散的、随机性的矿井瓦斯涌出量监测数据,在条件允许下应有多种模型进行预测

对比分析,并判断模型间预测结果的相关性,本次顾桥煤矿1116(1)工作面瓦斯涌出量两种预测模型经相关性分析,结合该矿1116(1)工作面监测数据实际验证,可优先选择灰色GM(1,1)模型作为该矿瓦斯涌出量预测的有效方法。

参考文献:

- [1] 王学萌. 灰色系统方法简明教程[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1993.
- [2] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2005.
- [3] 施式亮, 伍爱友. GM(1,1)模型与线性回归组合法在矿井瓦斯涌出量预测中的应用[J]. 煤炭学报, 2008, 33(4): 415-418.
- [4] 吕贵春, 马云东. 矿井瓦斯涌出量预测的灰色建模法[J]. 中国安全科学学报, 2004(10): 22-25.
- [5] 肖筱南. 新编概率论与数理统计[M]. 北京: 北京大学出版社, 2002.
- [6] 陈延可, 戴广龙, 李篷, 等. 等维新息模型在矿井瓦斯涌出量预测中的应用[J]. 煤矿安全, 2013, 44(2): 121-124.
- [7] Jing G X, Xu S M, Heng X W, et al. Research on the prediction of gas emission quantity in coal mine based on grey system and linear regression for one element[J]. Procedia Engineering, 2011, 26: 1585-1590.
- [8] 王文才, 李刚, 张世明, 等. 基于灰色理论的矿井瓦斯涌出量预测研究[J]. 煤矿开采, 2011(3): 56-58.
- [9] 伍爱友, 田云丽, 宋译, 等. 灰色系统理论在矿井瓦斯涌出量预测中的应用[J]. 煤炭学报, 2005(5): 589-592.
- [10] 肖鹏, 李树刚, 宋莹, 等. 瓦斯涌出量的灰色建模及其预测[J]. 采矿与安全工程学报, 2009(3): 319-321.
- [11] Wei C R, Xu M Q, Sun J H, et al. Coal mine gas emission gray dynamic prediction[J]. Procedia Engineering, 2011, 26: 1157-1167.
- [12] 魏春荣, 徐敏强, 李艳霞, 等. 基于灰色新陈代谢模型的煤矿瓦斯涌出量预测[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2012, 27(3): 16-21.