

天然平面电磁波在地下良导体界面上的反射与折射

于熙¹, 杨天春^{1*}, 冯建新², 付国红¹, 杨追³

(1. 湖南科技大学 地球科学与空间信息工程学院, 湖南 湘潭 411201; 2. 湖南工程职业技术学院, 湖南 长沙 410151;
3. 湖南普奇地质勘探设备研究院, 湖南 长沙 410000)

摘要: 当电磁波的波长小于地下地质体的尺寸时, 电磁波会在地质体分界面上发生反射与折射, 但现有文献未对这种反射与折射的矢量方向做统一规范化的表述. 基于此问题, 从理论层面分析探究平面电磁波在地下良导体界面上的反射与折射的传播规律及其传播方向. 根据电磁波电场和磁场矢量的相互关系, 从折射定律出发, 结合天然电磁法在地表探测的实际应用情况, 对地下良导体界面上电磁波的反射与折射问题进行理论推导与分析. 研究发现: 当天然电磁信号入射到地下良导体界面上时, 折射波始终与入射波同相; 而在 TE 模式时, 反射信号 E_2 则与入射信号 E_0 反相, TM 模式时反射信号 H_2 则与入射信号 H_0 同相. 由此可确定天然电磁信号在地下电性分界面上的反射和折射的矢量方向, 这也为选频测深法的正演模拟提供了一定的理论参考.

关键词: 反射系数; 正演; 地下水; 电磁场; 天然电场选频法

中图分类号: P641.7 文献标志码: A 文章编号: 1672-9102(2023)03-0053-06

Reflection and Refraction of Natural Plane Electromagnetic Wave on the Interface of Underground Low Resistivity Body

YU Xi¹, YANG Tianchun¹, FENG Jianxin², FU Guohong¹, YANG Zhui³

(1. School of Earth Sciences and Spatial Information Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;
2. Hunan Vocational College Engineering, Changsha 410151, China;
3. Hunan Puqi Geological Exploration Equipment Research Institute, Changsha 410000, China)

Abstract: When the wavelength of the electromagnetic wave is less than the size of the underground target, electromagnetic waves will be reflected and refracted on the interface of the geological body. However, existing literature does not provide a unified and standardize description of the vector direction of reflection and refraction. Based on this issue, this paper attempts to analyze and explore the propagation laws and directions of reflection and refraction of planar electromagnetic waves at underground conductive interfaces from a theoretical perspective. According to the correlation between electromagnetic wave electric field and magnetic field vector, starting from Snell's Law, the reflection and refraction problems on the interface of underground good conductors are theoretically derived and analyzed, combined with the practical application of natural electromagnetic method in surface exploration. Through the research, it finds that when the natural electromagnetic signal is incident onto the interface of a good underground conductor, the refracted wave is always in phase with the incident wave; while the reflected signal E_2 is in phase with the incident signal E_0 in TE mode, and the reflected signal H_2 is in phase with the incident signal H_0 in TM mode. From this, the vector direction of natural electromagnetic signals

收稿日期: 2021-10-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51804112); 湖南省自然资源厅科研资助项目(2021G12)

* 通信作者, E-mail: ytc6803@163.com

when reflected at the underground electrical interface can be determined, and this also provides a certain theoretical reference for the interpretation of selective frequency sounding methods.

Keywords: reflection coefficient; forward modeling; groundwater; electromagnetic field; frequency selection method of telluric current (FSM)

地球物理方法是矿产资源勘探、工程地质调查中的一种重要手段^[1-2],其中天然电磁类方法在深部资源勘探和浅部岩土工程调查等方面的应用也越来越广泛^[3-4].例如,大地电磁测深法在地壳和上地幔构造研究中发挥了重要作用,天然电场选频法(简称选频法)在地下水资源勘探中也取得了非常好的效果^[5-6].相对人工源电磁法而言,天然电磁法设备简单、施工方便,但其场源错综复杂,自然界一切可产生电磁波的事物均可成为天然电磁场的源,如电离层的扰动、雷电、无线电通信以及其他工业器件引起的发射等;同时,天然电磁法的异常成因也十分复杂,一般利用波动方程对大地电磁法的异常进行解释,但也有文献采用大地电磁法磁反射系数、震电效应等来解释天然电磁法的异常^[7-8].这些解释异常的方法都有一定的道理,因为这些物理现象在自然界中确实存在,只是在不同的地球物理条件下它们各自所起的作用大小可能不同.当电磁波的频率较高、波长较短且地下目标体的尺寸远远大于电磁波的波长时,可使用波的射线理论来近似研究电磁波的反射与折射.

选频法是我国学者们 20 世纪 80 年初在实践应用基础上提出的一种被动源电磁勘探方法,它是音频大地电场法的进一步应用与发展,该方法已在浅层地下水资源勘探、地下水灾害调查等方面取得了非常好的实践效果^[9-10].以往,学者们主要采用大地电磁法的理论对选频法的异常进行解释,这虽然在其剖面异常上获得了较好的正演效果,但在选频测深法的正演上还不能令人十分满意,如正演得出的测深异常值相对于背景场较小,被背景值所掩盖^[6],无法分析解释测深结果.选频法异常的成因也是多方面的,因此,我们将在以往电磁理论的基础上进一步研究电磁信号的反射问题.

天然交变电磁场以波的形式在地下介质中传播时,一部分信号在电性界面上被反射回来,一部分信号折射过去,这些信号都蕴含着丰富的地球物理信息,研究这些反射和折射信息的特征对实践应用具有重要的理论意义与实践价值.以往许多经典的地球物理类电磁法书籍中已经讨论过平面电磁波在电性分界面上的反射和折射问题,但在这些书籍中,电磁波的反射与折射示意图都是针对一般情况,有时图中矢量方向表述各不相同,使读者觉得有些困惑^[11-12];或者只是针对绝缘物质分界面上、绝缘与导电物质分界面上等极限情况进行讨论,与地质勘探的地下实际情况不完全相同^[12].由于大地电磁法探测深度一般较深,在一些文献中,学者们在采用大地电磁法或拟地震解释法对大地电磁资料进行反演解释时,将地下介质当成水平层状介质,考虑的是平面电磁波的垂直入射与反射,这是相对比较简单的情況^[7,13].而选频法的勘探深度相对较浅,必须考虑平面电磁波斜入射的情况.本文主要针对斜入射的天然电磁波在地下低阻体上的反射与折射情况及其各个电矢量和磁矢量的方向等问题开展研究,以期从理论上深刻认识天然电磁法的反射与折射规律,为天然电磁法异常正演解释及相关研究提供一定的理论基础.

1 斜入射的平面电磁波

如图 1 所示,假设分界面 S 为一无穷大平面,两个半空间分别充满两种均匀各向同性线性介质,其介电常数、磁导率、电导率分别为 $\varepsilon_1, \mu_1, \sigma_1$ 和 $\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$. \mathbf{n} 是由媒质 (a) 指向媒质 (b) 并垂直于平面 S 的单位法矢量, \mathbf{n}_0 为平面电磁波中入射波的单位矢量,若谐变电磁场的时间依赖关系为 $e^{i\omega t}$, 则平面单色波的电矢量 \mathbf{E}_1 和磁矢量 \mathbf{H}_1 可由方程式(1)表示^[12]:

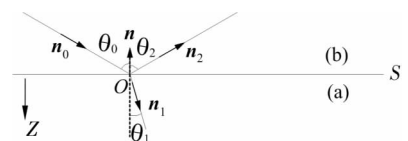


图 1 平面波的反射与折射

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 \exp(ik_2 \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{r} + i\omega t), \quad \mathbf{H}_1 = \frac{k_2}{\omega \mu_2} \mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}_1. \quad (1)$$

式中: \mathbf{E}_0 是平面单色波电矢量 \mathbf{E}_1 的复振幅; i 为虚数单位, $i^2 = -1$; \mathbf{r} 是从原点 O 到媒质(a)或(b)中任一点的位置矢量; k_2 为电磁波在媒质(b)中的波数(即传播系数), $k_2 = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_2 \mu_2 - i\omega \sigma_2 \mu_2}$; ω 为圆频率; t 为时间.

当平面电磁波入射到分界面后,分界面附近的自由电荷和束缚电荷将会按同一频率振动起来,从而激发出反射波和折射波,假设它们也是平面波,则反射波和折射波的电矢量和磁矢量可分别表示为

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_2 \exp(ik_2 \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{r} + i\omega t), \quad \mathbf{H}_r = \frac{k_2}{\omega \mu_2} \mathbf{n}_2 \times \mathbf{E}_r; \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_1 \exp(ik_1 \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{r} + i\omega t), \quad \mathbf{H}_1 = \frac{k_1}{\omega \mu_1} \mathbf{n}_1 \times \mathbf{E}_1. \quad (3)$$

式中: $\mathbf{E}_r, \mathbf{E}_1$ 分别为反射波和折射波的电矢量; $\mathbf{H}_r, \mathbf{H}_1$ 分别为反射波和折射波的磁矢量; $\mathbf{E}_2, \mathbf{E}_1$ 分别为反射波电矢量和折射波电矢量的复振幅; k_1 为电磁波在媒质(a)中的波数; \mathbf{n}_2 和 \mathbf{n}_1 分别为反射波和折射波传播方向的单位矢量.

尽管入射矢量 \mathbf{E}_1 的方向是任意的,但总可把它分解为垂直于入射面的分量和平行于入射面内的分量,即电场垂直于入射面(磁场平行于入射面)的 TE 极化模式(图 2)和电场平行于入射面(磁场垂直于入射面)的 TM 极化模式(图 3)^[12].

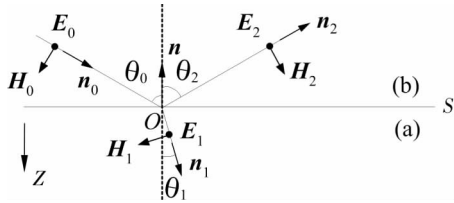


图 2 TE 极化平面波的反射与折射

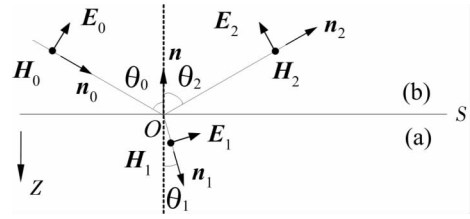


图 3 TM 极化平面波的反射与折射

图中: $\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$ 分别为入射波、折射波和反射波的磁矢量的复振幅.

依据 \mathbf{E} 的切向分量和 \mathbf{H} 的切向分量在分界面 S 上是连续的这一边界条件,图 2 和图 3 中的各矢量关系满足方程式:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_2) = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_1, \quad \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_2) = \mathbf{n} \times \mathbf{E}_1. \quad (4)$$

再根据折射定律: $\sin \theta_2 = \sin \theta_0$ (即入射角 θ_0 等于反射角 θ_2) 及折射角 θ_1 与入射角 θ_0 之间存在关系式 $k_2 \sin \theta_0 = k_1 \sin \theta_1$, 由此就可得到反射信号、折射信号与入射信号之间的关系式.

对于图 2 的 TE 模式而言,电场强度的反射信号和折射信号的复振幅 \mathbf{E}_2 和 \mathbf{E}_1 分别为

$$\mathbf{E}_2 = \frac{\mu_1 k_2 \cos \theta_2 - \mu_2 k_1 \cos \theta_1}{\mu_1 k_2 \cos \theta_2 + \mu_2 k_1 \cos \theta_1} \mathbf{E}_0 = \frac{\mu_1 k_2 \cos \theta_0 - \mu_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0}}{\mu_1 k_2 \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{E}_0; \quad (5)$$

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mu_1 k_2 (\cos \theta_2 + \cos \theta_0)}{\mu_1 k_2 \cos \theta_2 + \mu_2 k_1 \cos \theta_1} \mathbf{E}_0 = \frac{2\mu_1 k_2 \cos \theta_0}{\mu_1 k_2 \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{E}_0. \quad (6)$$

所以,TE 模式下,把反射波电场与入射波电场之比称作振幅反射系数^[11] r_{\perp} , 由式(5)有

$$r_{\perp} = \frac{\mu_1 k_2 \cos \theta_0 - \mu_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0}}{\mu_1 k_2 \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0}}. \quad (7)$$

同理, TM 模式(图 3)磁场强度的反射信号和折射信号的复振幅 \mathbf{H}_2 和 \mathbf{H}_1 分别为

$$\mathbf{H}_2 = \frac{\mu_2 k_1 \cos \theta_0 - \mu_1 k_2 \cos \theta_1}{\mu_2 k_1 \cos \theta_2 + \mu_1 k_2 \cos \theta_1} \mathbf{H}_0 = \frac{\mu_2 k_1 \cos \theta_0 - \mu_1 k_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0}}{\mu_2 k_1 \cos \theta_0 + \mu_1 k_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{H}_0; \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_1 = \frac{\mu_2 k_1 (\cos \theta_2 + \cos \theta_0)}{\mu_2 k_1 \cos \theta_2 + \mu_1 k_2 \cos \theta_1} \mathbf{H}_0 = \frac{2\mu_2 k_1^2 \cos \theta_0}{\mu_2 k_1^2 \cos \theta_0 + \mu_1 k_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{H}_0. \quad (9)$$

根据式(8)和电、磁场矢量之间的关系,可得 TM 模式下电矢量的振幅反射系数 r_{\parallel} 为

$$r_{\parallel} = \frac{\mu_1 k_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0} - \mu_2 k_1^2 \cos \theta_0}{\mu_1 k_2 \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta_0} + \mu_2 k_1^2 \cos \theta_0}. \quad (10)$$

根据图 2 和图 3 中的表述,图中电场矢量或磁场矢量是垂直于入射面(即纸面)的.在 WARD 撰写的《地球物理用电磁理论》^[11]中,对于 TE 模式入射情况下的反射与折射的示意图如图 4 所示,这与图 2 中反射信号的表示明显不同,给人造成困惑.实际上,上下两种介质的电性关系不同,这些矢量的方向也是不同的,如果在未给出具体电性关系的情况下,就用上述示意图表示各分量的具体方向,容易给人造成误解.

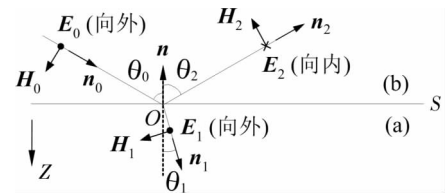


图 4 TE 模式平面波的反射与折射^[11]

2 分析推导

下面主要针对天然电场选频法在地下水勘探时的地质地球物理模型进行分析.此时,前面图中的媒质 (a) 和媒质 (b) 分别为地下水(相对低阻体)和围岩介质(相对高阻体).

2.1 折射波

对于天然电场选频法而言,所采用的工作频率普遍在 $n \sim 2\,000$ Hz ($0 < n < 2\,000$),且地下岩石等介质都具有导电性,一般地下介质的电阻率 $\rho < 10^5 \Omega \cdot \text{m}$,此时可忽略位移电流的作用,则波数 k 可简化为 $k = \sqrt{-i\omega\sigma\mu}$.同时,在采用选频法开展地下水勘探时,通常认为围岩没有磁性,即 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$,地下水相对于围岩一般是低阻体 ($\sigma_2/\sigma_1 < 1$).则根据折射定律折射波与入射波的关系可知:

$$\sin \theta_1 = \frac{k_2}{k_1} \sin \theta_0 = \frac{\sqrt{-i\omega\sigma_2\mu_2}}{\sqrt{-i\omega\sigma_1\mu_1}} \sin \theta_0 = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} \sin \theta_0. \quad (11)$$

由式(11)可知,当电磁波从地下入射到地下水(低阻体)与围岩的分界面时,对于任意的入射角 θ_0 都有一个折射角 θ_1 与之对应.

对于 TE 模式而言,根据关系式 $\theta_2 = \theta_0$ 及 $k_2 \sin \theta_0 = k_1 \sin \theta_1$,式(4)和式(5)可化为

$$\mathbf{E}_2 = \frac{k_2 \cos \theta_0 - k_1 \cos \theta_1}{k_2 \cos \theta_0 + k_1 \cos \theta_1} \mathbf{E}_0 = \frac{\sin(\theta_1 - \theta_0)}{\sin(\theta_1 + \theta_0)} \mathbf{E}_0; \quad (12)$$

$$\mathbf{E}_1 = \frac{k_2 (\cos \theta_2 + \cos \theta_0)}{k_2 \cos \theta_2 + k_1 \cos \theta_1} \mathbf{E}_0 = \frac{2 \cos \theta_0 \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_0)} \mathbf{E}_0. \quad (13)$$

同理,对于 TM 模式而言,由式(2)、式(3)和式(7)、式(8)可得

$$\mathbf{n}_2 \times \mathbf{E}_2 = \frac{k_1 \cos \theta_0 - k_2 \cos \theta_1}{k_1 \cos \theta_2 + k_2 \cos \theta_1} \mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}_0 = \frac{\sin 2\theta_0 - \sin 2\theta_1}{\sin 2\theta_0 + \sin 2\theta_1} \mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}_0 = \frac{\tan(\theta_0 - \theta_1)}{\tan(\theta_0 + \theta_1)} \mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}_0; \quad (14)$$

$$\mathbf{n}_1 \times \mathbf{E}_1 = \frac{2k_2 \cos \theta_0}{k_1 \cos \theta_0 + k_2 \cos \theta_1} \mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}_0 = \frac{2 \sin \theta_1 \cos \theta_0}{\sin(\theta_0 + \theta_1) \cos(\theta_0 - \theta_1)} \mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}_0. \quad (15)$$

由于式(12)~式(15)中的系数都是实数,所以反射波、折射波与入射波同相或反相(相差 180°).又由于 $\theta_1, \theta_0 \in [0, \pi/2]$,式(13)和式(15)中的系数为正,所以 TE 和 TM 模式下折射波始终与入射波同相.

2.2 反射波

选频法的观测参数是天然电磁场在地表所形成的电场的水平分量,因此本文主要研究反射波.对于反射波来说,关系比较复杂.首先,对于 TE 模式来说,根据式(11)和电性关系 $\sigma_2/\sigma_1 < 1$,可得 $\theta_1 < \theta_0$,所以式

(12)的系数为负,故 TE 模式时反射波与入射波反相.因此,图 2 应修改为图 5 所示的形式,即 E_1 与 E_0 同相,方向垂直于纸面向外; E_2 与 E_0 反相,方向垂直于纸面向内.

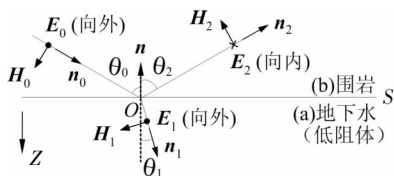


图 5 TE 模式时地下水与围岩分界面上的反射与折射

对于 TM 模式的反射波而言,同样由于 θ_1 和 $\theta_0 \in [0, \pi/2]$,由式(11)有 $\theta_1 < \theta_0$,可知 $\tan(\theta_0 - \theta_1) > 0$,所以,此时反射波与入射波是同相还是反相,主要取决于式(14)中 $\tan(\theta_0 + \theta_1)$ 的正负,即取决于 $\theta_0 + \theta_1$ 的值是否大于 $\pi/2$.

因为 $\tan(\theta_0 + \theta_1) = \sin(\theta_0 + \theta_1) / \cos(\theta_0 + \theta_1)$,所以 TM 反射波的正负决定于 $\cos(\theta_0 + \theta_1)$,由于在 $[0, \pi/2]$ 内 $\sin \theta_1 < \sin \theta_0, \cos \theta_1 > \cos \theta_0$,所以有

$$\cos(\theta_0 + \theta_1) = \cos \theta_0 \cos \theta_1 - \sin \theta_0 \sin \theta_1 > \cos \theta_0 \cos \theta_0 - \sin \theta_0 \sin \theta_0 = 1 - 2 \sin^2 \theta_0. \quad (16)$$

如果 $1 - 2 \sin^2 \theta_0 > 0$,则有 $\theta_0 < \pi/4$.

我们暂且先来讨论地下低阻球体上天然电磁信号的 TM 模式的反射问题.如图 6 所示,假设均匀半空间中存在一个良导球体,其介电常数、磁导率、电导率分别为 $\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1$,地下围岩的相应参数为 $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2 (< \sigma_1)$.众所周知,天然电磁场的传播方向是垂直地表向下的,即入射波沿图 6 中单位矢量 n_0 的方向入射到球体表面,相应的电场分量为 E_r ,磁场分量为 H_r .假如在地表的观测点 G 接收到反射信号,则反射波的方向是图 6 中单位矢量 n_r 的方向.由图 6 的几何关系可知,只有当观测点 G 位于地表无穷远处时,入射线与反射线的夹角才趋近于 $\pi/2$,也就是说,图 6 中的入射角 θ_0 总是小于 $\pi/4$.图中观测点 G 是位于球体的左侧,当 G 点位于球体的右侧时,也会有同样的结果.此处是用规则的地下良导球体来进行说明的,对于不规则的任意低阻体也会有同样的结论.

根据上述分析可知,对于生产实践中地表天然电磁法而言,地下良导体上的 TM 模式大地电磁波的反射问题中,入射角 $\theta_0 < \pi/4$ 是成立的,所以有 $\theta_0 + \theta_1 < \pi/2$,即 $\tan(\theta_0 + \theta_1) > 0$,式(13)右边的系数为正.因此,图 3 应修改为图 7 所示的形式,即 H_1 与 H_0 同相,方向垂直于纸面向外; H_2 也与 H_0 同相,方向垂直于纸面向外.同样,对于图 6 中地表所观测到的反射信号而言,反射信号的磁场 H_2 也始终是垂直于纸面向外.

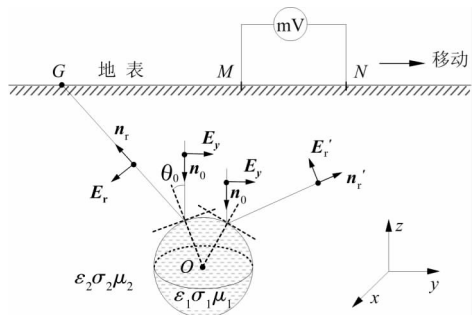


图 6 大地电磁波在地下良导体球体上的反射

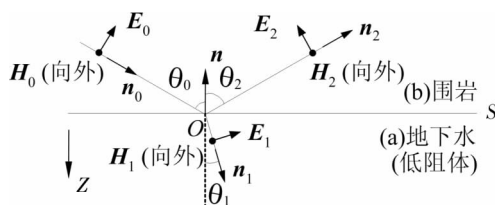


图 7 TM 模式时地下水与围岩分界面上的反射与折射

对于地下隐伏高阻体界面上的大地电磁信号的反射和折射规律,可类似上述的推导过程分析.

3 结论

1)天然电磁波在地下低阻体上发生反射与折射时,折射波始终与入射波同相;在 TE 模式时,反射信

号 E_2 与入射信号 E_0 反相,在 TM 模式时反射信号 H_2 则与入射信号 H_0 同相.

2) 当入射角较大时,反射角可能会出现复数现象,这有待今后做进一步的研究.

3) 天然电场选频法异常的成因是复杂的,其中也包含天然电磁信号的反射,本文的研究成果可为选频法中电磁信号的反射正演模拟提供理论参考.

参考文献:

- [1] 底青云,薛国强,殷长春,等.中国人工源电磁探测新方法[J].中国科学:地球科学,2020,50(9):1219-1227.
- [2] MICALLEF A, PERSON M, BERNDT C, et al. Offshore freshened groundwater in continental margins [J]. *Reviews of Geophysics*, 2021,59(1): 1-54.
- [3] 周超,王光杰,李红领,等.花岗岩地区深部地热构造电磁探测研究:以福建龙海地区为例[J].地球物理学进展,2019,34(3):1153-1158.
- [4] 杨天春,王丹齐,张叶鹏,等.生产矿山岩溶灾害勘查中的综合物探应用研究[J].地球物理学进展,2021,36(3): 1145-1153,
- [5] 胡祥云,林武乐,杨文采,等.克拉通岩石圈电性结构研究进展[J].中国科学:地球科学,2020,50(11):1533-1552.
- [6] 杨天春,陈卓超,梁竞,等.天然电场选频测深法在地下水勘探中的异常理论分析与实践应用[J].地学前缘,2020,27(4):302-310.
- [7] 闵刚,张予杰,张解成,等.大地电磁法磁反射系数在深埋含锰地层调查中的应用:以贵州松桃杨立掌锰矿床毗邻区的次级成锰槽盆为例[J].地质与勘探,2020,56(5):1005-1018.
- [8] ULUGBEK D, REGASSA J S, HARRY M, et al. Numerical simulation of seismoelectric effect for monitoring foam propagation through a reservoir [J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2018,171: 618-635.
- [9] 杨天春,夏代林,王齐仁,等.天然电场选频法理论研究与应用[M].长沙:中南大学出版社,2017.
- [10] 韩荣波,韩东.天然电场选频法理论与实践[M].北京:冶金工业出版社,2020.
- [11] WARD S H.地球物理用电磁理论[M].新疆工学院电磁法科研组,译.北京:地质出版社,1978:125-137.
- [12] 张秋光.场论(下册)[M].北京:地质出版社,1988:124-180.
- [13] 梁生贤,王永华,廖国忠,等.大地电磁阻抗张量模的拟地震解释法研究及应用[J].地球物理学进展,2015,30(1): 153-158.